

## Trigonométrie et nombres complexes

### Prérequis

Nombres complexes, trigonométrie.

*A la suite du cours de 1<sup>ère</sup> année.*

Dans toute cette fiche,  $x$  désigne une quantité réelle.

### Linéarisation

#### Calcul 18.1



Linéariser :

a)  $\cos^3(x) \dots\dots\dots$

d)  $\cos(3x) \sin^3(2x) \dots$

b)  $\cos(2x) \sin^2(x) \dots$

e)  $\cos^3(2x) \cos(3x) \dots$

c)  $\cos^2(2x) \sin^2(x) \dots$

f)  $\sin^2(4x) \sin(3x) \dots$

### Arc moitié, arc moyen

#### Calcul 18.2



Écrire sous forme trigonométrique (c'est-à-dire sous la forme  $re^{i\theta}$ , avec  $r > 0$ ) :

a)  $1 + e^{i\frac{\pi}{6}} \dots\dots\dots$

e)  $-1 - e^{i\frac{\pi}{6}} \dots\dots\dots$

b)  $1 + e^{i\frac{7\pi}{6}} \dots\dots\dots$

f)  $1 - e^{i\frac{\pi}{12}} \dots\dots\dots$

c)  $e^{-i\frac{\pi}{6}} - 1 \dots\dots\dots$

g)  $\frac{1 + e^{i\frac{\pi}{6}}}{1 - e^{i\frac{\pi}{12}}} \dots\dots\dots$

d)  $1 + ie^{i\frac{\pi}{3}} \dots\dots\dots$

h)  $(1 + e^{i\frac{\pi}{6}})^{27} \dots\dots\dots$

#### Calcul 18.3



Écrire sous forme trigonométrique (c'est-à-dire sous la forme  $re^{i\theta}$ , avec  $r > 0$ ) :

a)  $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{2}} \dots\dots\dots$

b)  $e^{i\frac{\pi}{3}} - e^{i\frac{\pi}{2}} \dots\dots\dots$

## Délinéarisation

### Calcul 18.4



Exprimer en fonction des puissances de  $\cos(x)$  et de  $\sin(x)$  :

a)  $\cos(3x)$  .....       b)  $\sin(4x)$  .....

## Factorisation

### Calcul 18.5



Factoriser :

a)  $\cos(x) + \cos(3x)$  .....       c)  $\cos(x) - \cos(3x)$  .....   
 b)  $\sin(5x) - \sin(3x)$  .....       d)  $\sin(3x) + \sin(5x)$  .....

### Calcul 18.6



Factoriser :

a)  $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x)$  .....   
 b)  $\cos(x) + \cos(3x) + \cos(5x) + \cos(7x)$  .....   
 c)  $\cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$  .....

### Réponses mélangées

$$\begin{array}{cccc}
 2 \sin(4x) \cos(x) & \frac{\sin(8x)}{2 \sin(x)} & 2 \cos(2x) \cos(x) & -\frac{\sin(9x)}{8} + \frac{3 \sin(5x)}{8} - \frac{\sin(3x)}{8} - \frac{3 \sin(x)}{8} \\
 2 \sin(x) \sin(2x) & 2 \cos(4x) \sin(x) & 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) e^{i \frac{11\pi}{12}} & 2 \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) e^{i \frac{5\pi}{12}} \\
 \frac{\cos(9x)}{8} + \frac{3 \cos(5x)}{8} + \frac{\cos(3x)}{8} + \frac{3 \cos(x)}{8} & 2 \sin\left(\frac{\pi}{24}\right) e^{-i \frac{11\pi}{24}} & 2 \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) e^{i \frac{\pi}{12}} & \\
 2 \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) e^{i \frac{13\pi}{12}} & 4 \cos^3(x) \sin(x) - 4 \cos(x) \sin^3(x) & 2 \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) e^{\frac{5i\pi}{12}} & 4 \cos^3(x) - 3 \cos(x) \\
 \left(-2 \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right) e^{-i \frac{5\pi}{12}} & 0 & -\frac{1}{8} \cos(6x) + \frac{1}{4} \cos(4x) - \frac{3}{8} \cos(2x) + \frac{1}{4} & \\
 -\frac{1}{4} \cos(4x) + \frac{1}{2} \cos(2x) - \frac{1}{4} & 2^{27} \cos^{27}\left(\frac{\pi}{12}\right) e^{i \frac{\pi}{4}} & \frac{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{24}\right)} e^{\frac{13i\pi}{24}} & \\
 -\frac{1}{4} \sin(11x) + \frac{1}{4} \sin(5x) + \frac{1}{2} \sin(3x) & 2 \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) e^{-\frac{7i\pi}{12}} & \frac{\sin\left(\frac{3x}{2}\right) \sin(2x)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} & \frac{1}{4} \cos(3x) + \frac{3}{4} \cos(x)
 \end{array}$$