

Nombres complexes

Introduction

Ce chapitre a pour objectif d'étudier un nouvel ensemble de nombres : l'ensemble des nombres complexes, qui est un ensemble qui contient l'ensemble des nombres réels. Nous nous efforcerons de développer une bonne intuition de ce que sont les nombres complexes, sous toutes leurs formes (algébrique, exponentielle, trigonométrique). Nous commencerons ensuite à voir comment les nombres complexes peuvent être un outil particulièrement efficace pour faire avancer les calculs dans d'autres domaines des mathématiques.

Plan du chapitre

I/ Nombres complexes : forme algébrique

1. Description
2. Conjugué
3. Module
4. Interprétation géométrique

II/ Nombres complexes : forme exponentielle et forme trigonométrique

1. Nombres complexes de module 1
2. Forme exponentielle et forme trigonométrique d'un complexe non nul

III/ Applications

1. Linéarisation
2. Equations de la forme $x^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$
3. Equations du second degré
4. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 sans second membre

Guide de travail

- Quelles sont les règles de calcul sur les nombres complexes ?
- Pour quels calculs la forme algébrique est-elle plus adaptée ? La forme exponentielle ?
- Quelle est l'utilité principale de la forme trigonométrique ?
- Pour un nombre complexe : comment calcule-t-on l'inverse ? le module ? un argument ? la partie réelle ? la partie imaginaire ? le conjugué ?
Il faut savoir le faire, *quelle que soit la forme* .
- Comment passe-t-on de la forme algébrique à la forme exponentielle ? Et dans l'autre sens ?

- Quelles sont les étapes pour linéariser une expression de la forme $\cos^p(\theta) \sin^q(\theta)$ ($p, q \in \mathbb{N}$, $\theta \in \mathbb{R}$) ?
- Comment fait-on pour écrire $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$ ($n \in \mathbb{N}^*$) ?

- Comment résoudre une équation de la forme $x^2 = a$ ($a \in \mathbb{C}$) ? Par exemple : $x^2 = 4$? $x^2 = -4$? $x^2 = 1 + i$?
- Quelles sont les solutions de $ax^2 + bx + c = 0$ si $\Delta < 0$?
- Quelle est la formule du terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 sans second membre si $\Delta < 0$?