

Semaine 5 - Lundi 14 octobre au vendredi 18 octobre

Chap 5 - Trigonométrie

I/ Cercle trigonométrique, sinus, cosinus, tangente

1. Description

- Cercle trigonométrique, enroulement de la droite des réels, sinus, cosinus, tangente

2. Valeurs à connaître

- Radians, mesure modulo 2π , valeurs de cos, sin et tan à connaître

3. Liens avec la géométrie

- Lien avec les triangles rectangles, tangente et théorème de Thalès, $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$

II/ Formules trigonométriques

1. Périodicité et symétries

2. Formule d'addition et conséquences

- $\cos(a + b)$, $\sin(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a - b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$

III/ Equations trigonométriques

1. Equations trigonométriques simples

- Définition de $\arccos(c)$, $\arcsin(s)$ et $\arctan(t)$ et valeurs à connaître (attention aux intervalles de validité)
- Application à la résolution d'équations

2. Equations de la forme $a \cos(x) + b \sin(x) = c$

- Méthode pour transformer $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $r \cos(x - \varphi)$

Chap 6 - Nombres complexes

I/ Nombres complexes : forme algébrique

1. Description

- Définitions : i , nombre complexe, \mathbb{C} , forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire

- Proposition : unicité de la forme algébrique

- Règles de calcul : partie réelle et partie imaginaire d'une somme et d'un produit

2. Conjugué

- Définition de \bar{z}

- Proposition : $z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \bar{z}$, $z \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow z = -\bar{z}$, $\operatorname{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$, $\operatorname{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

- Règles de calcul : $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$, $\overline{z w} = \bar{z} \bar{w}$ et, si $z \neq 0$, alors $\overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$

3. Module

- Définition : $|z| = \sqrt{z \bar{z}} = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2}$

- Lien avec l'inverse : $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$

- Propriétés : si $z \in \mathbb{R}$, alors $|z|$ (valeur absolue de z) est égal à $|z|$ (module de z), $|\operatorname{Re}(z)| \leq |z|$, $|\operatorname{Im}(z)| \leq |z|$, $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$ et $|z| = |\bar{z}|$

- Règles de calcul : $|z w| = |z| |w|$ et, si $z \neq 0$, alors $\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$

- Inégalité triangulaire et deuxième inégalité triangulaire

4. Interprétation géométrique

- Représentation des nombres complexes : affixe d'un point ou d'un vecteur et interprétation de la somme, du conjugué et du module

II/ Nombres complexes : forme exponentielle et forme trigonométrique

1. Nombres complexes de module 1

- $|z| = 1 \Leftrightarrow \exists \theta \in \mathbb{R}$, $z = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ et notation $\cos(\theta) + i \sin(\theta) = e^{i\theta}$
- Valeurs à connaître : $e^{i \times 0}$, $e^{i\pi/6}$, $e^{i\pi/4}$, $e^{i\pi/3}$, $e^{i\pi/2}$, $e^{i\pi}$
- Règles de calcul : $e^{i(\theta+2k\pi)} = e^{i\theta}$, $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta} \times e^{i\theta'}$, $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$

- Formules d'Euler : $\cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

- Formule de de Moivre : $(\cos(\theta) + i \sin(\theta))^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$

2. Forme exponentielle et forme trigonométrique d'un complexe non nul

- Définitions : forme exponentielle, forme trigonométrique
- Cas d'égalité

III/ Applications

1. Linéarisation

- Méthode pour linéariser une expression de la forme $\cos^p(\theta) \sin^q(\theta)$
- Cas particuliers $\cos^2(\theta)$, $\sin^2(\theta)$ et $\cos(\theta) \sin(\theta)$

2. Equations de la forme $x^2 = a$, $a \in \mathbb{C}$

- Si $a = re^{i\theta}$ (avec $r > 0$), alors :

$$x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{r} e^{i\theta/2} \text{ ou } x = \sqrt{r} e^{i\left(\frac{\theta}{2} + \pi\right)}$$

3. Equations du second degré

- Cas $\Delta < 0$

4. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 sans second membre

- Cas $\Delta < 0$

Informatique

1. Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
2. Listes (définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir)

Questions de cours

1. Avec preuve

Formules d'addition du sinus et du cosinus.

2. Sans preuve

Donner la définition de arccos, arcsin et arctan.

3. Avec preuve

Linéariser $\sin^2(\theta) \cos^4(\theta)$ ($\theta \in \mathbb{R}$).

4. Sans preuve

Résolution des équations du second degré.

5. Sans preuve

Fonctions Python suivantes :

- (a) Recherche d'un élément dans une liste.

```

1 def recherche (L,x) :
2     for e in L :
3         if e == x :
4             return True
5     return False

```

- (b) Recherche du maximum dans une liste.

```

1 def maximum (L) :
2     M = L[0]
3     for e in L :
4         if e > M :
5             M = e
6     return M

```

- (c) Moyenne des éléments d'une liste.

```

1 def moyenne (L) :
2     S = 0
3     for e in L :
4         S += e
5     return S / len(L)

```