Fiche de calcul n° 16

0014A

Systèmes linéaires

Prérequis
Résolution par substitution d'une variable, par combinaisons linéaires de lignes.

A la suite du cours de 1ère année.

Systèmes de 2 équations à 2 inconnues

Calcul 16.1

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$.

a) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases}$ ....

c) $\begin{cases} 3x - 6y = -3 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ ....

b) $\begin{cases} 2x + y = 16 \\ x - y = 5 \end{cases}$ ....

d) $\begin{cases} 3x - 4y = -\sqrt{2} \\ 6x + 2y = 3\sqrt{2} \end{cases}$ ....

Calcul 16.2 — Systèmes avec paramètre.

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ en fonction des valeurs du paramètre $a \in \mathbb{R}$.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = a \end{cases}$ ....

c) $\begin{cases} 3x + 5y = a \\ 2x - y = a^2 \end{cases}$ ....

b) $\begin{cases} x - ay = 3a + 2 \\ ax + y = 2a - 3 \end{cases}$ ....

d) $\begin{cases} x + 2y = 3a \\ 2x + 3y = 5a - a^2 \end{cases}$ ....

Systèmes de 2 équations à 3 inconnues

Calcul 16.3

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$.

a) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 3x + y - 2z = 3 \end{cases}$ ....

c) $\begin{cases} x - y + 3z = 5/2 \\ x + 2y - z = 3/2 \end{cases}$ ....

b) $\begin{cases} 3x - 2y + z = 6 \\ x + 2y - z = -2 \end{cases}$ ....

d) $\begin{cases} 5x + y + 2z = -5/2 \\ 2x - y + 2z = -5/3 \end{cases}$ ....

Systèmes de 3 équations à 3 inconnues

Calcul 16.4

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$.

a) $\begin{cases} x + 2y - z = -3 \\ 2x - y + z = 8 \\ 3x + y + 2z = 11 \end{cases}$ ....

c) $\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = -1 \\ x + 10y + z = 0 \end{cases}$ ....

b) $\begin{cases} a - b - c = -7 \\ 3a + 2b - c = 3 \\ 4a + b + 2c = 4 \end{cases}$ ....

d) $\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 0 \\ 2x - y + 2z = -1 \\ 4x + 5y + 4z = 1 \end{cases}$ ....

Calcul 16.5

On considère le système d'inconnues $x, y, z \in \mathbb{R}$ et de paramètre $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 2z = 3. \end{cases}$$

Résoudre ce système pour les valeurs de a proposées.

a) $a = 0$ ....

b) $a = -2$ ....

c) $a = 3$ ....

d) $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}$. ....

Calcul 16.6

On considère le système d'inconnues $x, y, z \in \mathbb{R}$ et de paramètres $(a, c) \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} x - az = c \\ a\,x - y = c \\ a\,y - z = c. \end{cases}$$

Résoudre ce système pour les valeurs de a et c proposées.

a) $a = 2$, $c = 7$ ....

b) $a = 1, c = 2$ ....

c) $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ....

Calcul 16.7

On propose le système d'inconnues $x, y, z \in \mathbb{R}$ et de paramètre $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 4x + y + z = \lambda x \\ x + 4y + z = \lambda y \\ x + y + 4z = \lambda z. \end{cases}$$

Résoudre ce système pour les valeurs de λ proposées.

a) $\lambda = 1$ ....

b) $\lambda = 3$ ....

c) $\lambda = 6$ ....

Réponses mélangées

- $(a - 2a^2, a + a^2)$
- $\{(1 + z, -z, z); z \in \mathbb{R}\}$
- $\varnothing$
- $\{(1, y, 3 + 2y); y \in \mathbb{R}\}$
- $\{(-1, 4, 2)\}$
- $\left\{\left(x, \dfrac{-5}{12} - \dfrac{3}{2}x, \dfrac{-25}{24} - \dfrac{7}{4}x\right); x \in \mathbb{R}\right\}$
- $\{(2, -1, 3)\}$
- $\left\{\left(1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)\right\}$
- $\{(x, y, -x - y)\,;\,(x, y) \in \mathbb{R}^2\}$
- $\varnothing$
- $\left\{\left(-\dfrac{2}{7} - z, \dfrac{-3}{7}, z\right); z \in \mathbb{R}\right\}$
- $\left\{\left(1, \dfrac{1}{a+2}, \dfrac{1}{a+2}\right)\right\}$
- $\varnothing$
- $\left\{\left(\dfrac{a^2 + a - 1}{a^3 - 1}c, \dfrac{a^2 - a - 1}{a^3 - 1}c, \dfrac{-a^2 + a + 1}{a^3 - 1}c\right)\right\}$
- $\{(5, 3, -1)\}$
- $\{(0, 0, 0)\}$
- $\left\{\left(\dfrac{1}{13}a + \dfrac{5}{13}a^2, \dfrac{2}{13}a - \dfrac{3}{13}a^2\right)\right\}$
- $\{(z, z, z)\,;\,z \in \mathbb{R}\}$
- $\left\{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\right\}$
- $\left\{\left(\dfrac{13}{6} - \dfrac{5}{3}z, -\dfrac{1}{3} + \dfrac{4}{3}z, z\right); z \in \mathbb{R}\right\}$
- $\left\{\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}\right)\right\}$
- $\left\{\left(1 - \dfrac{a}{4}, \dfrac{-1}{2} + \dfrac{3}{8}a\right)\right\}$
- $\{(3, 1)\}$
- $\{(5z, 1 - 4z, z)\ ;\ z \in \mathbb{R}\}$
- $(2, -3)$
- $\{(7, 2)\}$