DM 3 - Correction

Exercice 1

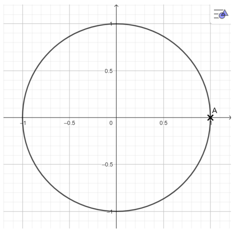
1. Dans toute cette question, z désigne un nombre complexe.

- Résolution de(E_1)

  L'équation (E_1) est en fait l'équation $z = 1$.

  $\boxed{\text{L'ensemble des solutions de } (\mathsf{E}_1) \text{ est } \{1\}. \ (\mathsf{E}_1) \text{ a une seule solution.}}$

  Graphiquement, la solution de cette équation est représentée ci-dessous, par le point A :

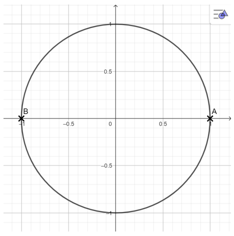


- Résolution de (E_2)

  L'équation (E_2) est en fait l'équation $z^2 = 1$.

  $\boxed{\text{L'ensemble des solutions de } (\mathsf{E}_2) \text{ est } \{1, -1\}. \ (\mathsf{E}_2) \text{ a deux solutions.}}$

  Graphiquement, les solutions de cette équation sont représentées ci-dessous, par les points A et B :



- Résolution de (E_3)

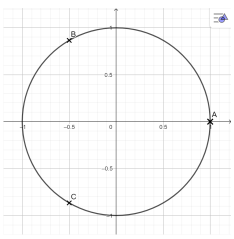
  L'équation (E_3) est en fait l'équation $z^3 = 1$.

  Pour résoudre cette équation, on passe sous forme exponentielle : on écrit $z = re^{i\theta}$ avec $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

$$
\begin{aligned}
& z^3 = 1 \\
\Leftrightarrow\ & r^3 e^{3i\theta} = 1 e^{i \times 0} \\
\Leftrightarrow\ & \left\{ \begin{array}{lcl} r^3 & = & 1 \\ 3\,\theta & \equiv & 0[2\pi] \end{array} \right. \\
\Leftrightarrow\ & \left\{ \begin{array}{lcl} r & = & 1 \qquad\qquad (\text{car } r > 0) \\ \theta & \equiv & 0 \left[\dfrac{2\pi}{3} \right] \end{array} \right.
\end{aligned}
$$

  $\boxed{\text{L'ensemble des solutions de } (\mathsf{E}_3) \text{ est } \{1\,,\, j\,,\, \bar{j}\}. \ (\mathsf{E}_3) \text{ a trois solutions.}}$

  Graphiquement, les solutions de cette équation sont représentées ci-dessous, par les points A, B et C :



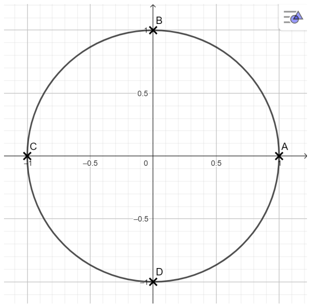
- Résolution de (E_4)

  L'équation (E_4) est en fait l'équation $z^4 = 1$. On résout :

$$\begin{aligned} & z^4 = 1 \\ \Leftrightarrow \quad & z^2 = 1 \text{ ou } z^2 = -1 \\ \Leftrightarrow \quad & z = 1 \text{ ou } z = -1 \text{ ou } z = i \text{ ou } z = -i \end{aligned}$$

  $\boxed{\text{L'ensemble des solutions de } (E_4) \text{ est } \{1\,,\,-1\,,\,i\,,\,-i\}.\ (E_4) \text{ a quatre solutions.}}$

  Graphiquement, les solutions de cette équation sont représentées ci-dessous, par les points A, B, C et D :



2. Soit $z \in \mathbb{C}$.
   On écrit $z = re^{i\theta}$ avec $r > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} (E_n) \quad \Leftrightarrow \quad & (re^{i\theta})^n = 1 \\ \Leftrightarrow \quad & r^n\, e^{in\theta} = 1\, e^{i\times 0} \\ \Leftrightarrow \quad & \begin{cases} r^n = 1 \\ n\theta \equiv 0\,[2\pi] \end{cases} \\ \Leftrightarrow \quad & \begin{cases} r = 1 & \text{(car } r \in \mathbb{R} \text{ et } r > 0\text{)} \\ \theta \equiv 0 \left[\dfrac{2\pi}{n}\right] \end{cases} \\ \Leftrightarrow \quad & \begin{cases} r = 1 \\ \theta = \frac{2k\pi}{n}\,,\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de } (E_n) \text{ est } \left\{1\,,\, e^{\frac{2i\pi}{n}}\,,\, e^{\frac{4i\pi}{n}}\,,\, \dots\,,\, e^{\frac{2(n-1)i\pi}{n}}\right\} \text{ et } (E_n) \text{ a donc } n \text{ solutions.}}$$

Exercice 2

```python
def moyenne(L):
    n = len(L)
    s = 0
    for e in L:
        s += e
    if s/n >= 10 :
        return True
    return False
```