

Semaine 7 - Lundi 11 novembre au vendredi 15 novembre

Chap 7 - Systèmes linéaires

I/ Généralités

- Définitions : équation linéaire à p inconnues, système linéaire de n équations et p inconnues
- Définition : second membre, système linéaire homogène
- Définition : système compatible, système incompatible

II/ Résolution

1. Systèmes échelonnés

- Définition : système échelonné
- Ensemble des solutions d'un système échelonné : cas avec une unique solution, cas avec une infinité de solutions
- Définitions : pivots, inconnues principales, inconnues secondaires

2. Opérations élémentaires

- Définitions : opération élémentaire, permutation de deux lignes, multiplication d'une ligne par un scalaire non nul, ajout à une ligne d'un multiple d'une autre
- Définition : systèmes linéaires équivalents
- Proposition : deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions

3. Algorithme du pivot de Gauss

- Description de l'algorithme du pivot de Gauss
- Exemples d'application : cas avec une unique solution, cas avec une infinité de solution, cas avec aucune solution

III/ Compléments

1. Ensemble des solutions

- Théorème (admis) : tout système linéaire admet zéro, une seule ou une infinité de solutions
- Définition : système de Cramer
- Proposition : cas des systèmes homogènes ; l'ensemble des solutions contient le neutre, est stable par somme et est stable par produit par un scalaire

- Corollaire : un système homogène ne peut pas avoir zéro solution

2. Rang

- Proposition et définition : rang d'un système linéaire

3. Interprétation géométrique

- On considère le système (S) :
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \text{ avec } (a, b) \neq (0, 0) \\ \text{et } (a', b') \neq (0, 0)$$
- Résoudre (S) revient à déterminer l'ensemble des points d'intersection de deux droites
- Interprétation selon le nombre de solutions du système

Chap 8 - Statistique descriptive

Introduction

- Définitions : population, individu, échantillon, taille de l'échantillon, effectif total, caractère quantitatif ou qualitatif, série statistique, série univariée, série bivariable.

I/ Statistique univariée

1. Description

- Définitions : modalités, effectifs, fréquences, effectifs cumulés, fréquences cumulées, classes

2. Représentations graphiques

- Définitions : diagramme en bâtons, histogrammes

3. Indicateurs de position

- Mode
- Moyenne : définition, linéarité
- Médiane : si $n = 2p + 1$, c'est x_p et si $n = 2p$, c'est la moyenne entre x_p et x_{p+1}

4. Indicateurs de dispersion

- Définitions : étendue, premier quartile, troisième quartile, $k^{\text{ème}}$ décile, variance, écart-type
- Proposition : formule de Koenig-Huygens pour la variance, $s_{ax+b}^2 = a^2 s_x^2$ et $s_{ax+b} = |a| s_x$

II/ Statistique bivariée

1. Représentation graphique
 - Définitions : nuage de points, point moyen
2. Ajustement affine
 - Covariance : définition et formule de Koenig-Huygens
 - Coefficient de corrélation linéaire : définition et interprétation
 - Ajustement affine : droite obtenue par la méthode des moindres carrés

Informatique

1. Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
2. Listes : définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir, la copier
3. Fonctions récursives
4. Recherche dichotomique du zéro d'une fonction, recherche dichotomique dans une liste.

Questions de cours

1. *Sans preuve*
Donner la définition des opérations élémentaires sur un système linéaire et description de l'algorithme du pivot de Gauss.
2. *Avec preuve*
Ensemble des solutions d'un système linéaire homogène (contient le neutre, stable par somme, stable par produit par un scalaire).
3. *Sans preuve*
Python : recherche dichotomique d'un zéro d'une fonction.
Si f est une fonction de $[a, b]$ dans \mathbb{R} continue strictement monotone et qu'on sait que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution $x_0 \in [a, b]$, alors le programme suivant permet de fournir un encadrement de x_0 à ϵ près.


```

1  def dichotomie_fonction(f, a, b, e) :
2      while (b-a) >= e :
3          c = (a+b)/2
4          if f(a)*f(c) <= 0 :
5              b = c
6          else :
7              a = c
8      return (a, b)
```
4. *Avec preuve*
Donner la définition de la variance et démontrer la formule de König-Huygens pour la variance.
5. *Sans preuve*
Donner la définition de la covariance et du coefficient de corrélation linéaire et énoncer la proposition relative à la méthode d'ajustement affine.