

Manipulation des fonctions usuelles

Prérequis

Valeur absolue. Racine carrée. ln
Dérivation, équations du second degré.

Après le cours de 1ère année.

Résolution d'équations

Calcul 21.1 — Valeur absolue.



Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

a) $|x + 2| = 3$

b) $|x + 2| = |x - 3|$

Calcul 21.2 — Racine carrée.



Résoudre les inéquations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

a) $\sqrt{x + 1} = 2$

b) $\sqrt{x} + \sqrt{x + 1} = 2$

Calcul 21.3 — Fonctions $x \mapsto a^x$.



Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

a) $3^x = \frac{9^x}{2}$

c) $2^x = 3 \times 4^x$

b) $4^x = 2 \times 2^x$

d) $10^{2x} = 4 \times 5^x \times 9^{\frac{x}{2}}$...

Calcul 21.4 — Fonctions $x \mapsto a^x$ (plus difficile).



Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

On pourra faire intervenir une équation de degré 2 en posant une nouvelle variable.

a) $2^x + 4^x = 4$

b) $16^x - 3 \times 4^x + 2 = 0$

c) $2 \times 9^x - 3^x - 3 = 0$

d) $3^x + 3^{2x} - 1 = 0$

Résolution d'inéquations

Calcul 21.5 — Valeur absolue.



Résoudre les inéquations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

a) $|x - 3| < 1$

b) $|2x + 1| \geq 2$

Dérivation

Calcul 21.6 — Quelques calculs de dérivées.



Dériver les fonctions suivantes.

a) $x \mapsto 2^x + x^2$

b) $x \mapsto \frac{3^x}{5^x + 1}$

c) $x \mapsto x^x$

d) $x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

e) $x \mapsto \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

f) $x \mapsto x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$

Réponses mélangées

$$\begin{array}{ccccccc}
 \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)}{\ln(3)} & 1 & x \mapsto \ln(2) \times 2^x + 2x & \left\{0; \frac{1}{2}\right\} & -\frac{\ln(3)}{\ln(2)} & x \mapsto 0 & \frac{\ln\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)}{\ln(2)} \\
 \{-5, 1\} & \left\{\frac{9}{16}\right\} & \frac{\ln(4)}{\ln(20/3)} & \left\{\frac{1}{2}\right\} & x \mapsto \frac{15^x \ln(3/5) + 3^x \ln(3)}{(5^x + 1)^2} & x \mapsto (\ln(x) + 1)x^x & \\
 x \mapsto -\frac{1}{1+x^2} & \{3\} & \left\{\frac{1}{2}\right\} & x \mapsto \arctan(x) & \frac{\ln(2)}{\ln(3)} &]2, 4[& 1 - \frac{\ln(2)}{\ln(3)}
 \end{array}$$