

Semaine 8 - Lundi 18 novembre au vendredi 22 novembre

Chap 8 - Statistique descriptive

Introduction

- Définitions : population, individu, échantillon, taille de l'échantillon, effectif total, caractère quantitatif ou qualitatif, série statistique, série univariée, série bivariable.

I/ Statistique univariée

1. Description

- Définitions : modalités, effectifs, fréquences, effectifs cumulés, fréquences cumulées, classes

2. Représentations graphiques

- Définitions : diagramme en bâtons, histogrammes

3. Indicateurs de position

- Mode
- Moyenne : définition, linéarité
- Médiane : si $n = 2p + 1$, c'est x_p et si $n = 2p$, c'est la moyenne entre x_p et x_{p+1}

4. Indicateurs de dispersion

- Définitions : étendue, premier quartile, troisième quartile, $k^{\text{ème}}$ décile, variance, écart-type
- Proposition : formule de Koenig-Huygens pour la variance, $s_{ax+b}^2 = a^2 s_x^2$ et $s_{ax+b} = |a| s_x$

II/ Statistique bivariée

1. Représentation graphique

- Définitions : nuage de points, point moyen

2. Ajustement affine

- Covariance : définition et formule de Koenig-Huygens
- Coefficient de corrélation linéaire : définition et interprétation
- Ajustement affine : droite obtenue par la méthode des moindres carrés

Chap 9 - Applications

I/ Généralités

1. Définitions

- Définitions : application, ensemble de départ, ensemble d'arrivée, image, antécédent
- Notation : $f : E \rightarrow F$
 $x \mapsto f(x)$
- Définition : graphe
- Définition : cas d'égalité

2. Exemples usuels

- Identité
- Fonctions indicatrices
- Suites réelles, fonctions réelles

3. Image directe

- Définitions : $f(A)$, $f(E) = \text{Im}(f)$
- Proposition : croissance de l'image directe, $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ et $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

II/ Injections, surjections, bijections

1. Injections

- Définition et reformulations
- Méthodes

2. Surjections

- Définition et reformulations
- Méthodes

3. Bijections

- Définition et reformulations
- Méthodes

III/ Composition

1. Définition et propriétés élémentaires
 - Définition de $g \circ f$
 - Proposition : associativité, neutralité de l'identité
2. Liens avec les injections, surjections, bijections
 - La composée de deux injections et injective, de deux surjections est surjective, de deux bijections est bijective
3. Réciproque
 - Définition : f^{-1}
 - Proposition : $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = f(x)$, $f \circ f^{-1} = \text{id}_F$ et $f^{-1} \circ f = \text{id}_E$
 - Proposition : si $f \circ g = \text{id}_F$ et $g \circ f = \text{id}_E$, alors f et g sont bijectives et réciproques l'une de l'autre
 - Méthode pour déterminer f^{-1}
 - Proposition : $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

Informatique

1. Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
2. Listes : définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir, la copier
3. Fonctions récursives
4. Recherche dichotomique du zéro d'une fonction, recherche dichotomique dans une liste.

Questions de cours

1. *Sans preuve*

Python : recherche dichotomique d'un zéro d'une fonction.

Si f est une fonction de $[a, b]$ dans \mathbb{R} strictement monotone et qu'on sait que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution $x_0 \in [a, b]$, alors le programme suivant permet de fournir un encadrement de x_0 à ϵ près.

```

1  def dichotomie_fonction(f, a, b, e) :
2      while (b-a) >= e :
3          c = (a+b)/2
4          if f(a)*f(c) <= 0 :
5              b = c
6          else :
7              a = c
8      return (a, b)

```

2. *Avec preuve*

Donner la définition de la variance et démontrer formule de König-Huygens pour la variance.

3. *Sans preuve*

Donner la définition de la covariance et du coefficient de corrélation linéaire et énoncer la proposition relative à la méthode d'ajustement affine.

4. *Avec preuve*

La composée de deux injections est injective, la composée de deux surjections est surjective, la composée de deux bijections est bijective.

5. *Avec preuve*

Si $f \circ g = \text{id}_F$ et $g \circ f = \text{id}_E$ alors f et g sont bijectives et réciproques l'une de l'autre.