

Nom :

Interrogation 5 - Mardi 19 novembre 2024**Systemes linéaires**

1. On considère le système linéaire à n équations et p inconnues (S) défini par :

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1p}x_p = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2p}x_p = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{np}x_p = b_n \end{cases}$$

où les inconnues sont les réels x_1, \dots, x_p et les coefficients a_{ij} et b_i sont des réels.

Compléter avec la définition :

(S) est homogène si et seulement si :

2. On considère les quatre systèmes suivants :

$$(S_1) : \begin{cases} x + z = -1 \\ 2y + z = -1 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$(S_2) : \begin{cases} x + y + z = 10 \\ 2y - 3z = 2 \\ 2z = 4 \end{cases}$$

$$(S_3) : \begin{cases} 2x + 3y - z = 7 \\ y - 2z = 2 \\ -y + z = 0 \end{cases}$$

$$(S_4) : \begin{cases} -x + 4y - 3z = 1 \\ y + 2z = 3 \\ 2z = 1 - y \end{cases}$$

Parmi ces quatre systèmes, ceux qui sont échelonnés sont :

3. Donner la liste des opérations élémentaires sur les lignes d'un système linéaire.

4. Énoncer le théorème sur le nombre de solutions d'un système linéaire.

Statistique descriptive

1. Pour tout la question 1, on définit $x = ((x_1, n_1), \dots, (x_p, n_p))$ une série statistique quantitative univariée donnée sans répétition des modalités mais avec les effectifs.

On note n l'effectif total.

(a) Pour cette question, on suppose que les (x_i) sont classés par ordre croissant.

Compléter avec les définitions :

- Pour tout $i \in \llbracket 1, p \rrbracket$, la fréquence de x_i est :

$$f_i =$$

- Pour tout $i \in \llbracket 1, p \rrbracket$, l'effectif cumulé de x_i est :

$$N_i =$$

- Pour tout $i \in \llbracket 1, p \rrbracket$, la fréquence cumulée de x_i est :

$$F_i =$$

(b) La moyenne de x est $\bar{x} =$

(c) Pour cette question, on suppose que les x_i sont classés par ordre croissant.

Donner la définition de la médiane de x .

(d) On note s_x^2 la variance de x .

- Par définition, $s_x^2 =$

- Par la formule de König-Huygens,

$$s_x^2 =$$

2. Pour toute la question 2, on définit $((x_j, y_j))_{1 \leq j \leq n}$ une série statistique quantitative bivariée donnée avec répétitions.

(a) Donner la définition du nuage de points associé à la série.

(b) Donner la définition du coefficient de corrélation linéaire associé à la série.

(c) On suppose que $s_x \neq 0$.

L'ajustement affine est réalisé par la droite d'équation $y = ax + b$ avec :

$$a =$$

$$b =$$

Applications

1. Soient f, g deux applications.

Par définition, on dit que f et g sont égales si et seulement si :

2. Soit E un ensemble non vide.

Donner la définition de la fonction identité de E .

3. Soient E un ensemble fini non vide, A un sous-ensemble de E et $f : E \rightarrow F$ une application.

Donner la définition de $f(A)$.

4. Soit $f : E \rightarrow F$ une application. On note A, B des sous-ensembles de E .

Donner la propriété de croissance de l'image directe :

5. Soit $f : E \rightarrow F$ une application.

Compléter avec la définition (deux formulations) :
 f est injective

\Leftrightarrow

\Leftrightarrow

6. Soit $f : E \rightarrow F$ une application.

Compléter avec la définition (deux formulations) :
 f est surjective

\Leftrightarrow

\Leftrightarrow

7. Soit $f : E \rightarrow F$ une application.

Donner la définition de " f est bijective " (une seule formulation, au choix).

8. Donner la définition de la composée de deux applications.

9. Soit $f : E \rightarrow F$ une application bijective.

Donner la définition de la réciproque de f .