

Semaine 9 - Lundi 25 novembre au vendredi 29 novembre

Chap 9 - Applications

I/ Généralités

1. Définitions

- Définitions : application, ensemble de départ, ensemble d'arrivée, image, antécédent
- Notation : $f : E \rightarrow F$
 $x \mapsto f(x)$
- Définition : graphe
- Définition : cas d'égalité

2. Exemples usuels

- Identité
- Fonctions indicatrices
- Suites réelles, fonctions réelles

3. Image directe

- Définitions : $f(A)$, $f(E) = \text{Im}(f)$
- Proposition : croissance de l'image directe, $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ et $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

II/ Injections, surjections, bijections

1. Injections

- Définition et reformulations
- Méthodes

2. Surjections

- Définition et reformulations
- Méthodes

3. Bijections

- Définition et reformulations
- Méthodes

III/ Composition

1. Définition et propriétés élémentaires

- Définition de $g \circ f$
- Proposition : associativité, neutralité de l'identité

2. Liens avec les injections, surjections, bijections

- La composée de deux injections est injective, de deux surjections est surjective, de deux bijections est bijective

3. Réciproque

- Définition : f^{-1}
- Proposition : $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = f(x)$, $f \circ f^{-1} = \text{id}_F$ et $f^{-1} \circ f = \text{id}_E$
- Proposition : si $f \circ g = \text{id}_F$ et $g \circ f = \text{id}_E$, alors f et g sont bijectives et réciproques l'une de l'autre
- Méthode pour déterminer f^{-1}
- Proposition : $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

Chap 10 - Fonctions réelles usuelles

I/ Outils d'étude

1. Parité, imparité

- Définitions : partie symétrique par rapport à 0, fonction paire, fonction impaire
- Interprétation graphique

2. Périodicité

- Définition : fonction T-périodique
- Interprétation graphique

3. Fonctions majorées, minorées, bornées

- Définition : fonction majorée, fonction minorée, fonction bornée
- Interprétation graphique

4. Monotonie

- Définitions : fonction croissante, strictement croissante, décroissante, strictement décroissante

- Proposition : lien avec la composition

5. Opérations

- Définitions : $f + g$, λf , $f g$, $\frac{f}{g}$

II/ Fonctions usuelles

Pour chacune des fonctions suivantes, on donne :

- sa définition exacte
- la liste de ses propriétés usuelles : parité, imparité, périodicité, variations, injectivité, surjectivité, bijectivité, ensemble de dérivabilité et formule pour la dérivée
- l'allure de sa représentation graphique

1. Valeur absolue
2. Partie entière
3. Fonctions affines
4. Fonctions puissances d'exposant $n \in \mathbb{N}$
5. Fonctions puissances d'exposant $n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$
6. Racine carrée
7. Exponentielle et logarithme népérien
 - Définition de a^b avec $a \in]0, +\infty[$ et $b \in \mathbb{R}$
8. Fonctions exponentielles de base a
9. Fonction logarithme décimal
10. Fonctions puissances d'exposant $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$
11. Sinus et cosinus
12. Tangente

Informatique

1. Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
2. Listes : définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir, la copier
3. Fonctions à connaître : fonctions récursives, recherche dichotomique du zéro d'une fonction, recherche dichotomique dans une liste.
4. Python pour les statistiques : savoir tracer un nuage de points (associé à une série statistique, associé à une suite définie explicitement, associé à une suite définie par récurrence), connaître le principe de fonctionnement du tri par insertion, du tri par sélection et du tri par comptage.

Questions de cours1. *Avec preuve*

La composée de deux injections est injective, la composée de deux surjections est surjective, la composée de deux bijections est bijective.

2. *Avec preuve*

Si $f \circ g = \text{id}_F$ et $g \circ f = \text{id}_E$ alors f et g sont bijectives et réciproques l'une de l'autre.

3. *Sans preuve*

Donner la définition de l'exponentielle (solution d'une équation différentielle), la liste de ses propriétés, l'allure de sa représentation graphique et les règles de calculs associées.

4. *Sans preuve*

Donner la définition du logarithme népérien (primitive), la liste de ses propriétés, l'allure de sa représentation graphique et les règles de calculs associées.

5. *Sans preuve*

Donner la définition, la liste des propriétés et l'allure de la représentation graphique pour les fonctions puissances d'exposant $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$.