Semaine 10 - Lundi 2 décembre au vendredi 6 décembre

Chap 10 - Fonctions réelles usuelles

I/ Outils d'étude

1. Parité, imparité
   - Définitions : partie symétrique par rapport à 0, fonction paire, fonction impaire
   - Interprétation graphique
2. Périodicité
   - Définition : fonction T-périodique
   - Interprétation graphique
3. Fonctions majorées, minorées, bornées
   - Définition : fonction majorée, fonction minorée, fonction bornée
   - Interprétation graphique
4. Monotonie
   - Définitions : fonction croissante, strictement croissante, décroissante, strictement décroissante
   - Proposition : lien avec la composition
5. Opérations
   - Définitions : $f+g$, λf , fg , $\dfrac{f}{g}$

II/ Fonctions usuelles

Pour chacune des fonctions suivantes, on donne :

- sa définition exacte
- la liste de ses propriétés usuelles : parité, imparité, périodicité, variations, injectivité, surjectivité, bijectivité, ensemble de dérivabilité et formule pour la dérivée
- l'allure de sa représentation graphique

1. Valeur absolue
2. Partie entière
3. Fonctions affines
4. Fonctions puissances d'exposant $n \in \mathbb{N}$
5. Fonctions puissances d'exposant $n \in \mathbb{Z}\backslash\mathbb{N}$
6. Racine carrée
7. Exponentielle et logarithme népérien
   - Définition de a^b avec $a \in]0\,,+\infty[$ et $b \in \mathbb{R}$
8. Fonctions exponentielles de base a
9. Fonction logarithme décimal
10. Fonctions puissances d'exposant $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Z}$
11. Sinus et cosinus
12. Tangente

Chap 11 - Matrices

I/ Ensemble des matrices à coefficients dans $\mathbb{K}$

1. Définitions
   - Définitions : matrice, coefficient, $\mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$, $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$
2. Matrices particulières
   - Matrice nulle, matrices lignes, matrices colonnes, matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales, matrice identité
3. Premières opérations sur les matrices
   - Somme de matrices, produit par un scalaire
   - Propriétés : associativité de $+$, commutativité de $+$, associativité du produit par un scalaire, distributivités
4. Produit matriciel
   - Définition
   - Remarques : le produit matriciel n'est pas commutatif, le produit matriciel n'est pas intègre
   - Propriétés élémentaires : associativité, distributivités à gauche et à droite
   - Propositions : produit par la matrice nulle, par la matrice identité
   - Propositions : produit de matrices diagonales, de matrices triangulaires inférieures, de matrices triangulaires supérieures
5. Puissances d'une matrice carrée
   - Définition

- Proposition : puissances d'une matrice diagonale
- Proposition : formule du binôme de Newton pour des matrices qui commutent

6. Transposée
   - Définition et notation A^T
   - Propriétés : $(A^T)^T$, $(\lambda A)^T$, $(A+A')^T$, $(AB)^T$, $(A^N)^T$ $(N \in \mathbb{N})$
   - Définition : matrice symétrique

II/ Lien avec les systèmes linéaires

1. Traduction matricielle d'un système linéaire
2. Traduction matricielle de l'algorithme du pivot de Gauss
   (Aucune connaissance spécifique n'est attendue)
3. Rang
   - Définition : le rang d'une matrice est le rang du système linéaire associé
   - Proposition : $\mathrm{rg}(A^T) = \mathrm{rg}(A)$

III/ Matrices carrées inversibles

1. Définition
   - Définition : $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est inversible $\Leftrightarrow$ il existe B tel que $AB = BA = I_n$
   - Proposition : en cas d'existence, unicité de l'inverse
   - Proposition : l'inversibilité à gauche suffit, l'inversibilité à droite suffit
   - Proposition : inverse de A^{-1}, de λA, de A^N $(N \in \mathbb{N})$, de AB, de A^T
   - Proposition : cas des matrices diagonales
   - Proposition : la matrice nulle n'est pas inversible
2. Recherche pratique de l'inverse
   - Méthode 1 : par résolution d'un système
   - Méthode 2 : par recherche d'une relation polynomiale en A (avec aide de l'énoncé)
3. Cas des matrices 2×2
   - Définition : déterminant
   - Proposition : $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible ssi $\det(A) \neq 0$ et formule pour son inverse dans ce cas

Informatique

1. Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
2. Listes : définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir, la copier
3. Fonctions à connaître : fonctions récursives, recherche dichotomique du zéro d'une fonction, recherche dichotomique dans une liste.
4. Python pour les statistiques : savoir tracer un nuage de points (associé à une série statistique, associé à une suite définie explicitement, associé à une suite définie par récurrence), connaître le principe de fonctionnement du tri par insertion, du tri par sélection et du tri par comptage.

Questions de cours

1. *Sans preuve*
   Donner la définition de l'exponentielle (solution d'une équation différentielle), la liste de ses propriétés, l'allure de sa représentation graphique et les règles de calculs associées.
2. *Sans preuve*
   Donner la définition du logarithme népérien (primitive), la liste de ses propriétés, l'allure de sa représentation graphique et les règles de calculs associées.
3. *Sans preuve*
   Donner la définition, la liste des propriétés et l'allure de la représentation graphique pour les fonctions puissances d'exposant $\alpha \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Z}$.
4. *Avec preuve*
   Produit par la matrice nulle et par la matrice identité.
5. *Avec preuve*
   $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible ssi $\det(A) \neq 0$ et formule pour son inverse dans ce cas.