

## Dérivation

### Prérequis

Dérivées des fonctions usuelles. Formules de dérivation.

*Dès le début de 1ère année, sauf pour les composées : après le cours de 1ère année.*

### Application des formules usuelles

#### Calcul 10.1 — Avec des produits.



Déterminer l'expression de  $f'(x)$  pour  $f$  définie par :

a)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (x^2 + 3x + 2)(2x - 5)$ . .....

b)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (x^3 + 3x + 2)(x^2 - 5)$ . .....

c)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (x^2 - 2x + 6) \exp(2x)$ . .....

d)  $x \in ]2, +\infty[$  et  $f(x) = (3x^2 - x) \ln(x - 2)$  .....

#### Calcul 10.2 — Avec des puissances.



Déterminer l'expression de  $f'(x)$  pour  $f$  définie par :

a)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (x^2 - 5x)^5$ . .....

b)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (2x^3 + 4x - 1)^2$ . .....

c)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (\sin(x) + 2 \cos(x))^2$ . .....

d)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (3 \cos(x) - \sin(x))^3$ . .....

#### Calcul 10.3 — Avec des fonctions composées.



Déterminer l'expression de  $f'(x)$  pour  $f$  définie par :

a)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ . .....

b)  $x \in ]1, +\infty[$  et  $f(x) = \ln(\ln(x))$ . .....

c)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = (2 - x) \exp(x^2 + x)$ . .....

d)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = \exp(3 \sin(2x))$ . .....

e)  $x \in ]0, \pi[$  et  $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$ . .....

f)  $x \in ]0, +\infty[$  et  $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ . .....

Calcul 10.4 — Avec des quotients.



Déterminer l'expression de  $f'(x)$  pour  $f$  définie par :

a)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2 \sin(x) + 3}$ .

b)  $x \in ]0, +\infty[$  et  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{3x + 2}$ .

c)  $x \in \mathbb{R}$  et  $f(x) = \frac{\cos(2x + 1)}{x^2 + 1}$ .

d)  $x \in ]1, +\infty[$  et  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{\ln(x)}$ .

## Opérations et fonctions composées

Calcul 10.5



Déterminer l'expression de  $f'(x)$  pour  $f$  définie par :

a)  $x \in \mathbb{R}^*$  et  $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ .

b)  $x \in ]-3, 3[$  et  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}$ .

c)  $x \in ]1, +\infty[$  et  $f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right)$ .

d)  $x \in ]0, \pi[$  et  $f(x) = \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)$ .

## Dériver pour étudier une fonction

Calcul 10.6



Calculer  $f'(x)$  et écrire le résultat sous forme factorisée.

a)  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3, -2\}$  et  $f(x) = \frac{1}{3-x} + \frac{1}{2+x}$ .

b)  $x \in ]-1, +\infty[$  et  $f(x) = x^2 - \ln(x+1)$ .

c)  $x \in ]1, +\infty[$  et  $f(x) = \ln(x^2 + x - 2) - \frac{x+2}{x-1}$ .

d)  $x \in ]-1, +\infty[$  et  $f(x) = \frac{x}{x+1} + x - 2 \ln(x+1)$ .

e)  $x \in ]0, e[ \cup ]e, +\infty[$  et  $f(x) = \frac{1 + \ln(x)}{1 - \ln(x)}$ .

### Réponses mélangées

$$\begin{array}{cccc}
 -2 \frac{(x^2 + 1) \sin(2x + 1) + x \cos(2x + 1)}{(x^2 + 1)^2} & 5(x^2 - 5x)^4(2x - 5) & \frac{2}{x+1} \left(x + \frac{1 + \sqrt{3}}{2}\right) \left(x + \frac{1 - \sqrt{3}}{2}\right) & \\
 \frac{1}{1 - x^2} & \frac{9}{(9 - x^2)\sqrt{9 - x^2}} & (2x^2 - 2x + 10) \exp(2x) & \frac{(4x + 3) \ln(x) - 2x - 3}{(\ln(x))^2} - \frac{x^2}{(x + 1)^2} \\
 2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right) & (6x - 1) \ln(x - 2) + \frac{3x^2 - x}{x - 2} & 8 \cos^2(x) - 6 \cos(x) \sin(x) - 4 & \\
 \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} & \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x \sin(x)} & \frac{(2x + 3)(2 \sin(x) + 3) - (x^2 + 3x) \times 2 \cos(x)}{(2 \sin(x) + 3)^2} & 5x^4 - 6x^2 + 4x - 15 \\
 6 \cos(2x) \exp(3 \sin(2x)) & -3(3 \cos(x) - \sin(x))^2(3 \sin(x) + \cos(x)) & \frac{2x^2 + 2x + 5}{(x + 2)(x - 1)^2} & \\
 \frac{\cos(x)}{2\sqrt{\sin(x)}} & \frac{1}{x \ln(x)} & 4(2x^3 + 4x - 1)(3x^2 + 2) & \frac{2}{x(1 - \ln(x))^2} - \frac{10x - 5}{(3 - x)^2(2 + x)^2} \\
 (-2x^2 + 3x - 1) \exp(x^2 + x) & \frac{2 - 3x}{2\sqrt{x}(3x + 2)^2} & 6x^2 + 2x - 11 & \frac{2x}{x^2 + 1}
 \end{array}$$