

## Primitives

### Prérequis

Intégration de Terminale. Dérivée d'une fonction composée.  
Trigonométrie directe et réciproque.

*Dès le début de la 1ère année*

Pour chaque fonction à intégrer on pourra commencer par chercher les domaines où elle admet des primitives.

## Calculs directs

### Calcul 11.1



Déterminer directement une primitive des expressions suivantes.

- |                              |                      |                                     |                      |
|------------------------------|----------------------|-------------------------------------|----------------------|
| a) $\frac{1}{t+1}$ .....     | <input type="text"/> | d) $\sin(4t)$ .....                 | <input type="text"/> |
| b) $\frac{3}{(t+2)^2}$ ..... | <input type="text"/> | e) $\sqrt{1+t} - \sqrt[3]{t}$ ..... | <input type="text"/> |
| c) $\frac{3}{(t+2)^3}$ ..... | <input type="text"/> | f) $e^{2t+1}$ .....                 | <input type="text"/> |

## Utilisation des formulaires

### Calcul 11.2 — Dérivée d'une fonction composée.



Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

- |                                   |                      |  |                      |
|-----------------------------------|----------------------|--|----------------------|
| a) $\frac{2t^2}{1+t^3}$ .....     | <input type="text"/> | d) $\frac{7t}{\sqrt[3]{1+7t^2}}$ ..... | <input type="text"/> |
| b) $t\sqrt{1+2t^2}$ .....         | <input type="text"/> | e) $\frac{t}{1+3t^2}$ .....            | <input type="text"/> |
| c) $\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ ..... | <input type="text"/> | f) $\frac{12t}{(1+3t^2)^3}$ .....      | <input type="text"/> |

### Calcul 11.3 — Dérivée d'une fonction composée – bis.



Même exercice.

- |   |                      |  |                      |
|---|----------------------|--|----------------------|
| a) $\frac{\ln^3(t)}{t}$ .....             | <input type="text"/> | d) $\frac{1}{t^2\sqrt{t}}$ .....                 | <input type="text"/> |
| b) $\frac{1}{t\sqrt{\ln(t)}}$ .....       | <input type="text"/> | e) $\frac{e^t + e^{-t}}{1 - e^{-t} + e^t}$ ..... | <input type="text"/> |
| c) $\frac{8e^{2t}}{(3 - e^{2t})^3}$ ..... | <input type="text"/> | f) $\frac{e^{\frac{1}{t}}}{t^2}$ .....           | <input type="text"/> |

Calcul 11.4 — Trigonométrie.



Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

- |                               |                      |  |                      |   |                      |
|-------------------------------|----------------------|--|----------------------|---|----------------------|
| a) $\cos^2(t)\sin(t)$ .....   | <input type="text"/> | d) $\frac{\cos(t)}{1-\sin(t)}$ .....       | <input type="text"/> | g) $\frac{1}{\cos^2(t)\sqrt{\tan(t)}}$ .. | <input type="text"/> |
| b) $\cos(t)e^{\sin(t)}$ ..... | <input type="text"/> | e) $\frac{\sin(\sqrt{t})}{\sqrt{t}}$ ..... | <input type="text"/> | h) $\frac{\cos(t)}{(1-\sin(t))^3}$ .....  | <input type="text"/> |
| c) $\tan(t)$ .....            | <input type="text"/> | f) $\tan^2(t)$ .....                       | <input type="text"/> | i) $\frac{1}{1+4t^2}$ .....               | <input type="text"/> |

## Dériver puis intégrer, intégrer puis dériver

Calcul 11.5



Pour chacune des expressions suivantes :

- dériver puis factoriser l'expression ;
- donner une primitive de l'expression.

- |  |                      |                                       |                      |
|--|----------------------|---------------------------------------|----------------------|
| a) $t^2 - 2t + 5$ .....                              | <input type="text"/> | i) $\frac{e^t}{2+e^t}$ .....          | <input type="text"/> |
| b) $\frac{1}{t^2} + \frac{1}{t}$ .....               | <input type="text"/> | j) $\frac{e^t}{1+e^{2t}}$ .....       | <input type="text"/> |
| c) $\sqrt{t} - \frac{1}{t^3}$ .....                  | <input type="text"/> | k) $\frac{\sin(t)}{2+3\cos(t)}$ ..... | <input type="text"/> |
| d) $\frac{1}{t^4} + \frac{1}{t\sqrt{t}}$ .....       | <input type="text"/> | l) $\frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ .....     | <input type="text"/> |
| e) $e^{2t} + e^{-3t}$ .....                          | <input type="text"/> | m) $te^{-t^2}$ .....                  | <input type="text"/> |
| f) $e^{3t-2}$ .....                                  | <input type="text"/> | n) $\frac{1-\ln(t)}{t}$ .....         | <input type="text"/> |
| g) $\sin(t)\cos^2(t)$ ...                            | <input type="text"/> | o) $\frac{1}{t\ln(t)}$ .....          | <input type="text"/> |
| h) $\frac{1}{t^2}\sin\left(\frac{1}{t}\right)$ ..... | <input type="text"/> | p) $\frac{\sin(\ln(t))}{t}$ .....     | <input type="text"/> |

### Réponses mélangées

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}} \quad \frac{1}{2}e^{2t+1} \quad -\frac{1}{t^2}\left(\frac{2}{t}+1\right) \text{ puis } -\frac{1}{t} + \ln|t| \quad -\frac{3}{2(t+2)^2} \quad -\frac{3}{t+2} \\
 & -\frac{2}{3t^{\frac{3}{2}}} \quad \cos t(3\cos^2(t)-2) \text{ puis } -\frac{1}{3}\cos^3(t) \quad \frac{2}{(3-e^{2t})^2} \quad \frac{2e^t}{(2+e^t)^2} \text{ puis } \ln(2+e^t) \\
 & \frac{e^t(1-e^{2t})}{(2+e^t)^2} \text{ puis } \arctan(e^t) \quad \frac{2\cos t+3}{(2+3\cos t)^2} \text{ puis } -\frac{1}{3}\ln|2+3\cos t| \quad \frac{2}{3}\ln|1+t^3| \\
 & -\frac{4}{t^5} - \frac{3}{2t^{5/2}} \text{ puis } -\frac{1}{3t^3} - \frac{2}{\sqrt{t}} \quad \frac{\cos \ln(t) - \sin \ln(t)}{t^2} \text{ puis } -\cos(\ln(t)) \quad -2\cos(\sqrt{t}) \\
 & -\ln|\cos(t)| \quad 2e^{2t} - 3e^{-3t} \text{ puis } \frac{1}{2}e^{2t} - \frac{1}{3}e^{-3t} \quad -\frac{1+\ln(t)}{t^2 \ln^2(t)} \text{ puis } \ln|\ln(t)| \quad \frac{1}{2(1-\sin(t))^2} \\
 & -\frac{1}{3}\cos^3(t) \quad \ln|t+1| \quad -\frac{2t\sin(\frac{1}{t}) + \cos(\frac{1}{t})}{t^4} \text{ puis } \cos\left(\frac{1}{t}\right) \quad \frac{1}{(1-t^2)^{3/2}} \text{ puis } -\sqrt{1-t^2} \\
 & e^{\sin(t)} \quad \frac{1}{2\sqrt{t}} + \frac{3}{t^4} \text{ puis } \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2t^2} \quad 3e^{3t-2} \text{ puis } \frac{1}{3}e^{3t-2} \quad \frac{1}{4}\ln^4(t) \quad \frac{1}{6}(1+2t^2)^{\frac{3}{2}} \\
 & \tan(t)-t \quad -\frac{\cos(4t)}{4} \quad \frac{3}{4}(1+7t^2)^{\frac{2}{3}} \quad -\sqrt{1-t^2} \quad -\ln|1-\sin(t)| \\
 & 2(t-1) \text{ puis } \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 5t \quad -\frac{1}{(1+3t^2)^2} \quad -e^{\frac{1}{t}} \quad \ln|1-e^{-t}+e^t| \quad (1-2t^2)e^{-t^2} \text{ puis } -\frac{1}{2}e^{-t^2} \\
 & \frac{1}{6}\ln(1+3t^2) \quad \frac{\ln(t)-2}{t^2} \text{ puis } \ln(t) - \frac{1}{2}\ln^2(t) \quad 2\sqrt{\tan(t)} \quad 2\sqrt{\ln(t)} \quad \frac{1}{2}\text{Arctan}(2t)
 \end{aligned}$$