

Calcul d'intégrales

Prérequis

Primitives usuelles, composées simples.

Dès le début de 1ère année, sauf pour les composées : après le cours de 1ère année.

Intégrales et aires algébriques

On rappelle que $\int_a^b f(x) dx$ est l'aire algébrique entre la courbe représentative de f et l'axe des abscisses du repère lorsque les bornes sont dans le sens croissant.

Calcul 12.1



Sans chercher à calculer les intégrales suivantes, donner leur signe.

a) $\int_{-2}^3 x^2 + e^x dx \dots$ b) $\int_5^{-3} |\sin(7x)| dx \dots$ c) $\int_0^{-1} \sin(x) dx \dots$

Calcul 12.2



En se ramenant à des aires, calculer de tête les intégrales suivantes.

a) $\int_1^3 7 dx \dots$ c) $\int_0^7 3x dx \dots$ e) $\int_{-2}^2 \sin(x) dx \dots$
 b) $\int_7^{-3} -5 dx \dots$ d) $\int_2^8 (1 - 2x) dx \dots$ f) $\int_{-2}^1 |x| dx \dots$

Calcul d'intégrales

On rappelle que si F est une primitive de f alors $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, que l'on note $[F(x)]_a^b$.

Calcul 12.3 — Polynômes.



Calculer les intégrales suivantes.

a) $\int_{-1}^3 2 dx \dots$ d) $\int_{-1}^1 (3x^5 - 5x^3) dx \dots$
 b) $\int_1^3 (2x - 5) dx \dots$ e) $\int_0^1 (x^5 - x^4) dx \dots$
 c) $\int_{-2}^0 (x^2 + x + 1) dx \dots$ f) $\int_1^{-1} x^{100} dx \dots$

Calcul 12.4 — Fonctions usuelles.



Calculer.

a) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin(x) dx \dots$ c) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2} \dots$ e) $\int_{-3}^2 e^x dx \dots$
 b) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos(x) dx \dots$ d) $\int_1^{100} \frac{1}{\sqrt{x}} dx \dots$ f) $\int_{-3}^{-1} \frac{dx}{x} \dots$

Calcul 12.5 — De la forme $f(ax + b)$.



Calculer les intégrales suivantes.

- | | | | |
|--|----------------------|--|----------------------|
| a) $\int_{-1}^2 (2x+1)^3 dx$ | <input type="text"/> | d) $\int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}} \sin(3x) dx$ | <input type="text"/> |
| b) $\int_{-2}^4 e^{\frac{1}{2}x+1} dx$ | <input type="text"/> | e) $\int_0^{33} \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$ | <input type="text"/> |
| c) $\int_0^1 \frac{dx}{\pi x+2}$ | <input type="text"/> | f) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right) dx$ | <input type="text"/> |

Calcul 12.6 — Fonctions composées.



Calculer les intégrales suivantes.

- | | | | |
|---|----------------------|--|----------------------|
| a) $\int_1^3 \frac{x-2}{x^2-4x+5} dx$ | <input type="text"/> | d) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(x)(\cos(x))^5 dx$ | <input type="text"/> |
| b) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x \sin(x^2+1) dx$ | <input type="text"/> | e) $\int_0^1 x e^{x^2-1} dx$ | <input type="text"/> |
| c) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan(x) dx$ | <input type="text"/> | f) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^4} dx$ | <input type="text"/> |

Calcul 12.7 — Divers.



Calculer les intégrales suivantes.

- | | | | |
|--|----------------------|---|----------------------|
| a) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x+1} dx$ | <input type="text"/> | d) $\int_1^e \frac{3x-2\ln(x)}{x} dx$ | <input type="text"/> |
| b) $\int_{-2}^3 x+1 dx$ | <input type="text"/> | e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) \sin(x) dx$ | <input type="text"/> |
| c) $\int_{-1}^2 \max(1, e^x) dx$ | <input type="text"/> | f) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \cos(x) \sin(x) dx$ | <input type="text"/> |

Calcul 12.8 — Avec les nouvelles fonctions de référence.



- | | | | |
|--|----------------------|--|----------------------|
| a) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \text{Arctan}(x) dx$ | <input type="text"/> | d) $\int_0^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$ | <input type="text"/> |
| b) $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ | <input type="text"/> | e) $\int_0^1 \sqrt{x} dx$ | <input type="text"/> |
| c) $\int_0^2 10^x dx$ | <input type="text"/> | f) $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{2}{1+9x^2} dx$ | <input type="text"/> |

Réponses mélangées

$\frac{\sqrt{2}}{6}$	$\frac{2\pi}{9}$	$\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e}\right)$	8	50	$\frac{99}{\ln 10}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{384}$	$\frac{5}{2}$	Négatif
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$	e^2	$\frac{147}{2}$	$-\frac{1}{30}$	Positif	0	78	0	0	0	$e^2 - e^{-3}$
$\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{3}$	14	$3e-4$	$\ln\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{e+1}$	-2	Positif	18	6	$\frac{e-\frac{1}{e}}{2}$	
$-\frac{2}{101}$	1	0	-54	$-\ln 3$	$2(e^3-1)$	$\frac{7}{48}$	$\frac{1}{\pi} \ln\left(1+\frac{\pi}{2}\right)$	$\frac{17}{2}$	$\frac{8}{3}$		