

Changements de variable

Prérequis

Primitives, dérivées. Changements de variables. Intégration par parties.

A la suite du cours de 1ère année.

Changements de variable

Calcul 14.1



Effectuer le changement de variable indiqué et en déduire la valeur de l'intégrale.

a) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} dt$

avec $t = \sin(\theta)$

b) $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{t} + \sqrt{t^3}} dt$

avec $u = \sqrt{t}$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos(t)} dt$

avec $u = \sin(t)$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3(t) \cos(t) dt$

avec $u = \sin(t)$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3(t) \cos^3(t) dt$

avec $u = \sin(t)$

f) $\int_1^4 \frac{1}{t + \sqrt{t}} dt$

avec $u = \sqrt{t}$

Calcul 14.2



Même exercice.

a) $\int_0^{\pi} \frac{\sin(t)}{3 + \cos^2(t)} dt$

avec $u = \cos(t)$

b) $\int_0^1 \frac{1}{2 + e^{-t}} dt$

avec $u = e^t$

c) $\int_0^1 \frac{1}{(1+t^2)^2} dt$

avec $t = \tan(u)$

d) $\int_e^{e^2} \frac{\ln(t)}{t + t \ln^2(t)} dt$

avec $u = \ln(t)$

Changements de variable et intégrations par parties

Calcul 14.3



Effectuer le changement de variable indiqué, continuer avec une intégration par parties et en déduire la valeur de l'intégrale.

a) $\int_1^4 e^{\sqrt{t}} dt$ avec $u = \sqrt{t}$

b) $\int_3^4 \frac{\ln(\sqrt{t}-1)}{\sqrt{t}} dt$ avec $u = \sqrt{t}$

Calculs de primitives par changement de variable

Calcul 14.4



Déterminer une primitive de f en utilisant le changement de variable donné.

a) $x \in]0, \frac{\pi}{2}[\mapsto \frac{\cos(x) + \sin(x)}{\sin(x) \cos^2(x)}$ avec $u = \tan(x)$

b) $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}}$ avec $u = \sqrt{e^x - 1}$

c) $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \frac{1}{x + \sqrt[3]{x}}$ avec $u = \sqrt[3]{x}$

d) $x > 1 \mapsto \frac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ avec $u = \sqrt{x^2 - 1}$

Réponses mélangées

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto 2 \arctan(\sqrt{e^x - 1}) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{3}{2} \ln(x^{\frac{2}{3}} + 1) \end{array} \right. \quad \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2e+1}{3}\right)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{1}{4} + \frac{\pi}{8} \quad -2((\sqrt{3}-1)\ln(\sqrt{3}-1) - 4 + 2\sqrt{3})$$

$$\frac{\pi}{3\sqrt{3}} \quad 2 \ln\left(\frac{3}{2}\right) \quad \frac{1}{2} \ln \frac{5}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l}]0, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \tan(x) + \ln(\tan(x)) \end{array} \right.$$

$$\ln(\sqrt{2}+1) \quad \frac{1}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l}]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \arctan \sqrt{x^2 - 1} \end{array} \right. \quad 2e^2$$