

Semaine 11 - Lundi 9 décembre au vendredi 13 décembre

Chap 11 - Matrices

I/ Ensemble des matrices à coefficients dans $\mathbb{K}$

1. Définitions

- Définitions : matrice, coefficient, $\mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$, $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

2. Matrices particulières

- Matrice nulle, matrices lignes, matrices colonnes, matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales, matrice identité

3. Premières opérations sur les matrices

- Somme de matrices, produit par un scalaire
- Propriétés : associativité de $+$, commutativité de $+$, associativité du produit par un scalaire, distributivités

4. Produit matriciel

- Définition
- Remarques : le produit matriciel n'est pas commutatif, le produit matriciel n'est pas intègre
- Propriétés élémentaires : associativité, distributivités à gauche et à droite
- Propositions : produit par la matrice nulle, par la matrice identité
- Propositions : produit de matrices diagonales, de matrices triangulaires inférieures, de matrices triangulaires supérieures

5. Puissances d'une matrice carrée

- Définition
- Proposition : puissances d'une matrice diagonale
- Proposition : formule du binôme de Newton pour des matrices qui commutent

6. Transposée

- Définition et notation A^T
- Propriétés : $(A^T)^T$, $(\lambda A)^T$, $(A + A')^T$, $(AB)^T$, $(A^N)^T$ ($N \in \mathbb{N}$)
- Définition : matrice symétrique

II/ Lien avec les systèmes linéaires

1. Traduction matricielle d'un système linéaire

2. Traduction matricielle de l'algorithme du pivot de Gauss

(Aucune connaissance spécifique n'est attendue)

3. Rang

- Définition : le rang d'une matrice est le rang du système linéaire associé
- Proposition : $\text{rg}(A^T) = \text{rg}(A)$

III/ Matrices carrées inversibles

1. Définition

- Définition : $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est inversible $\Leftrightarrow$ il existe B tel que $AB = BA = I_n$
- Proposition : en cas d'existence, unicité de l'inverse
- Proposition : l'inversibilité à gauche suffit, l'inversibilité à droite suffit
- Proposition : inverse de A^{-1} , de λA , de A^N ($N \in \mathbb{N}$), de AB , de A^T
- Proposition : cas des matrices diagonales
- Proposition : la matrice nulle n'est pas inversible

2. Recherche pratique de l'inverse

- Méthode 1 : par résolution d'un système
- Méthode 2 : par recherche d'une relation polynomiale en A (avec aide de l'énoncé)

3. Cas des matrices 2×2

- Définition : déterminant
- Proposition : $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible ssi $\det(A) \neq 0$ et formule pour son inverse dans ce cas

Chap 12 - Dérivées, primitives et intégrales

I/ Dérivées

1. Définitions

- Interprétation graphique : corde, pente de la corde, passage à la limite, tangente

- Définitions : taux d'accroissement, fonction dérivable en a , notations $f'(a)$ et $\frac{df}{dx}$, fonction dérivable sur un intervalle
 - Proposition : équation de la tangente
 - Proposition : lien avec les variations
- Dérivées usuelles
 - Fonctions puissances, fonctions exp, ln et associées, fonctions trigonométriques
 - Opérations sur les dérivées
 - Somme, produit par un scalaire
 - Produit, inverse, quotient
 - Composée, dérivées de u^n , e^u , $\ln(u)$, $\sin(u)$, $\cos(u)$
 - Dérivées partielles
 - Pas de définition, uniquement des exemples

II/ Primitives et intégrales

- Primitives
 - Définition
 - Proposition : une fonction continue admet au moins une primitive
 - Proposition : une fonction qui a une primitive a une infinité de primitives ; sur un intervalle, ces primitives diffèrent d'une constante
- Primitives usuelles
 - Fonctions puissances, fonctions exp, ln et associées, fonctions trigonométriques
 - Lien avec la composition
- Intégrales
 - Définition : intégrale de a à b de la fonction f
 - Notations $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$
- Intégration par parties
- Changement de variables
 - Pas de formule explicite, uniquement des exemples ; le changement de variable est toujours donné

Informatique

- Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
- Listes : définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir, la copier
- Fonctions à connaître : fonctions récursives, recherche dichotomique du zéro d'une fonction, recherche dichotomique dans une liste.
- Python pour les statistiques : savoir tracer un nuage de points (associé à une série statistique, associé à une suite définie explicitement, associé à une suite définie par récurrence), connaître le principe de fonctionnement du tri par insertion, du tri par sélection et du tri par comptage.

Questions de cours

- Avec preuve*
Produit par la matrice nulle et par la matrice identité.
- Avec preuve*
 $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible ssi $\det(A) \neq 0$ et formule pour son inverse dans ce cas.
- Avec preuve*
Dérivée d'une somme.
- Avec preuve*
Dérivée d'un produit.
- Avec preuve*
Intégration par parties.