

Equations différentielles

Prérequis

Equations différentielles.

Après le cours de première année.

Calcul 28.1

Résoudre les équations différentielles suivantes sur I avec la condition initiale indiquée.

a) Sur $I = \mathbb{R}$, $y'(t) + ty(t) = 0$ et $y(0) = 1$

b) Sur $I = \mathbb{R}$, $y'(t) + ty(t) = t$ et $y(0) = 1$

c) Sur $I = \mathbb{R}$, $y'(t) + ty(t) = t^3$ et $y(0) = 1$

Calcul 28.2

Résoudre les équations différentielles suivantes sur I avec les conditions initiales indiquées.

a) Sur $I = \mathbb{R}$, $y'(t) + y(t) = e^t$ et $y(0) = 1$

b) Sur $I = \mathbb{R}$, $y'(t) - y(t) = e^t$ et $y(0) = 1$

c) Sur $I = \mathbb{R}$, $y''(t) + y(t) = e^t$, $y(0) = 1$ et $y'(0) = 1$

d) Sur $I = \mathbb{R}$, $y''(t) - y(t) = e^t$, $y(0) = 1$ et $y'(0) = 1$

Calcul 28.3

Résoudre les équations différentielles suivantes sur I avec les conditions initiales indiquées.

a) Sur $I = \mathbb{R}$, $y'(x) = x + 2xy(x)$ et $y(0) = 1$

b) Sur $I = \mathbb{R}$, $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = t$, $y(1) = 0$ et $y'(1) = 0$

c) Sur $I =]0; +\infty[$, $x^3y'(x) - x^2y(x) = 1$ et $y(1) = 0$

d) Sur $I =]0; 1[$, $x \ln(x)y'(x) - y(x) = \ln(x)$ et $y(1/2) = 0$

Calcul 28.4 — Un second membre polynomial.



Déterminer une solution polynomiale des équations différentielles suivantes.

- a) $y' - 2y = x$
- b) $2y' + y = 3x^2 + 2x + 1$
- c) $y'' - 3y = x^2 - 3x + 5$
- d) $4y'' + 3y' + 2y = x^2 + 2x$
- e) $y'' + 3y = x^2$
- f) $y'' + 3y' = 5x^3 - 3x + 5$

Réponses mélangées

$x \mapsto 3x^2 - 10x + 21$	$t \mapsto (t + 1)e^t$	$x \mapsto \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$	$t \mapsto t^2 - 2 + 3e^{-\frac{t^2}{2}}$
$x \mapsto \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}$	$t \mapsto \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$	$t \mapsto 1$	$x \mapsto \ln(x) \cdot \ln\left(-\frac{\ln(x)}{\ln(2)}\right)$
$x \mapsto -\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{17}{9}$	$t \mapsto t - 2 + e^{1-t}$	$x \mapsto \frac{1}{3}x - \frac{1}{3x^2}$	$t \mapsto \frac{1}{4}(2t + 3)e^t + \frac{1}{4}e^{-t}$
$t \mapsto \frac{1}{2}(e^t + \cos(t) + \sin(t))$	$x \mapsto \frac{3}{2}e^{x^2} - \frac{1}{2}$	$x \mapsto \frac{5}{12}x^4 - \frac{5}{9}x^3 + \frac{1}{18}x^2 + \frac{44}{27}x$	$t \mapsto e^{-\frac{t^2}{2}}$