Nom : ....

Interrogation 6 - Mardi 10 décembre 2024

Fonctions réelles usuelles

1. Donner la définition d'une fonction impaire.

2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
On se place dans un repère orthogonal.
Compléter avec une interprétation graphique.
f est impaire si et seulement si

3. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$.
Compléter avec la définition.
f est strictement croissante sur I si et seulement si :

4. On considère la fonction f définie par :

$$f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & |x| \end{array}$$

Compléter.

- f est surjective de $\mathbb{R}$ dans ....
- f a pour tableau de variations :

5. On note f la fonction racine. Compléter :

- f est surjective de .... dans ....
- f est dérivable sur .... avec :

  $\forall x \in$ .... , $f'(x) =$ ....

6. Donner les règles de calcul concernant exponentielle. (Il y en a 4)

7. Compléter :

Pour tout $a \in$ .... et tout $b \in$ .... ,
on peut définir a^b par :

$a^b =$ ....

Matrices

Dans tout ce paragraphe, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et n, p désignent des entiers naturels non nuls.

1. Donner la définition de I_n.

2. Enoncer la propriété d'associativité de la somme de matrices.

3. Enoncer la proposition sur le produit de deux matrices diagonales.

4. Enoncer la formule du binôme de Newton.

5. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
   Compléter avec la définition :
   A est inversible si et seulement si

6. Soit $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$.
   On note $A = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

   - Le déterminant de A est

     $\det(A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

   - A est inversible si et seulement si

     $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

   - Si A est inversible, alors son inverse est :

     $A^{-1} =$

Dérivées, primitives et intégrales

1. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$, $f : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$ et $a \in \mathrm{I}$.
   - Le taux d'accroissement de f en a est défini par :
   - Par définition, la fonction f est dérivable en a si et seulement si :

2. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$, $f : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$ et $a \in \mathrm{I}$.
   On note C la représentation graphique de f
   - Interpréter géométriquement.
     f est dérivable en a si et seulement si
   - Dans ce cas, la tangente à C en $A(a, f(a))$ a pour équation :

3. On note u une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles. On suppose que u est dérivable sur son ensemble de définition. Compléter avec les dérivées usuelles :

   - $\Big(\cos(u)\Big)' = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
   - $\Big(\sin(u)\Big)' = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
   - $\Big(e^{u}\Big)' = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
   - Pour $n \in \mathbb{N}$, $\Big(u^{n}\Big)' = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

4. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$.
   Donner la définition d'une primitive de f sur I.

5. Compléter
   - On définit f par :
   $$\forall x \in \mathbb{R}^*, \ f(x) = \frac{1}{x}$$
   Une primitive de f est F définie par :
   - On définit f par :
   $$\forall x \in]0, +\infty[, \quad f(x) = \ln(x)$$
   Une primitive de f est F définie par :

6. Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continue.
   Donner la définition de $\displaystyle\int_a^b f(t)\,dt$.

7. Enoncer le théorème d'intégration par parties.