

Nom :

Interrogation 7 - Mardi 9 janvier 2023

Logique, raisonnements et ensembles (4 points)

Démontrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Suites réelles usuelles (2,5 points)

On définit la suite (u_n) par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 5u_n + 2 \end{cases}$$

Déterminer l'expression du terme général de (u_n) .

Trigonométrie (2,5 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$(E) : \cos(x) - \sqrt{3} \sin(x) = 1$$

Application et fonctions réelles usuelles (4 points)

Soit $f : x \mapsto \ln \left(|x - 3| + |x + 4| - 7 \right)$ où x désigne un réel.
Déterminer l'ensemble de définition D de f .

Equations différentielles linéaires (2 points)

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $y'' - 2y' + 2y = 0$.

Dérivées, primitives et intégrales (1 points)

On note $I = \int_0^1 x e^{x^2} dx$.

On admet que I est correctement définie.

Calculer I .

Matrices et systèmes linéaires (4 points)

Dans cet exercice, m désigne un paramètre réel quelconque et on se place dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

1. Donner une condition nécessaire et suffisante sur m pour que $A_m = \begin{pmatrix} m & 1 \\ 2 & m+1 \end{pmatrix}$ ne soit pas inversible.
2. On définit le système (S_m) par :

$$(S_m) : \begin{cases} mx + y = m+4 \\ 2x + (m+1)y = 2m+8 \end{cases}$$

Résoudre (S_m) uniquement pour la ou les valeurs de m trouvée(s) à la question 1.