

## Semaine 12 - Lundi 6 janvier au vendredi 10 janvier

## Chap 12 - Dérivées, primitives et intégrales

### I/ Dérivées

#### 1. Définitions

- Interprétation graphique : corde, pente de la corde, passage à la limite, tangente
- Définitions : taux d'accroissement, fonction dérivable en  $a$ , notations  $f'(a)$  et  $\frac{df}{dx}$ , fonction dérivable sur un intervalle
- Proposition : équation de la tangente
- Proposition : lien avec les variations

#### 2. Dérivées usuelles

- Fonctions puissances, fonctions exp, ln et associées, fonctions trigonométriques

#### 3. Opérations sur les dérivées

- Somme, produit par un scalaire
- Produit, inverse, quotient
- Composée, dérivées de  $u^n$ ,  $e^u$ ,  $\ln(u)$ ,  $\sin(u)$ ,  $\cos(u)$

#### 4. Dérivées partielles

- Pas de définition, uniquement des exemples

### II/ Primitives et intégrales

#### 1. Primitives

- Définition
- Proposition : une fonction continue admet au moins une primitive
- Proposition : une fonction qui a une primitive a une infinité de primitives ; sur un intervalle, ces primitives diffèrent d'une constante

#### 2. Primitives usuelles

- Fonctions puissances, fonctions exp, ln et associées, fonctions trigonométriques
- Lien avec la composition

#### 3. Intégrales

- Définition : intégrale de  $a$  à  $b$  de la fonction  $f$
- Notations  $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$

#### 4. Intégration par parties

#### 5. Changement de variables

- Pas de formule explicite, uniquement des exemples ; le changement de variable est toujours donné

## Chap 13 - Equations différentielles linéaires

### Introduction

- Définition : équation différentielle
- Exemple de l'exponentielle

### I/ Equations différentielles linéaires d'ordre 1

#### 1. Définition

- Définitions : EDL d'ordre 1 ( $y' + a(t)y = f(t)$  où  $a$  et  $f$  sont des fonctions), second membre, équation homogène

#### 2. Résolution de l'équation homogène

- Proposition : ensemble des solutions de  $(E_0)$
- Cas particulier : si  $a$  est constante

#### 3. Recherche d'une solution particulière

- Principe de superposition
- Cas particulier : si  $a$  et  $f$  sont constantes
- Cas général : méthode de variation de la constante

#### 4. Résolution

#### 5. Exemple

### II/ Equations différentielles linéaires d'ordre 2

#### 1. Définition

- Définitions : EDL d'ordre 2 ( $y'' + ay' + by = f(t)$  où  $a, b$  sont des réels et  $f$  est une fonction), second membre, équation homogène, équation caractéristique

2. Résolution de l'équation homogène
3. Recherche d'une solution particulière
  - Principe de superposition
  - Cas particulier : si  $f$  est constante
4. Résolution
5. Exemple

## Chap 14 - Géométrie

### I/ Vecteurs

1. Définition
  - Définitions : vecteur non nul (défini par direction, sens, norme), vecteur directeur, vecteur nul, vecteur  $\overrightarrow{AB}$
  - Proposition : si  $\vec{u}$  et  $O$  sont fixés, alors  $\exists ! M$  tel que  $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$
2. Règles de calcul sur les vecteurs
  - Définitions géométriques : somme de vecteurs, produit par un scalaire
  - Relation de Chasles
3. Familles liées et familles libres
  - Vecteurs colinéaires : définition (même direction), caractérisations par "l'un est un multiple de l'autre" et par l'existence d'une combinaison linéaire
  - Vecteurs coplanaires : définition (même plan), caractérisations par "l'un est une combinaison linéaire des autres" et par l'existence d'une combinaison linéaire
4. Bases et repères
  - Définition : base du plan ou de l'espace
  - Proposition : dans une base, existence et unicité des coordonnées
  - Définition : un repère est la donnée d'une base et d'une origine

### II/ Produit scalaire, norme et orthogonalité

1. Définitions géométriques du produit scalaire
  - Définition : projeté orthogonal d'un vecteur sur un autre
  - Définitions du produit scalaire : avec un projeté orthogonal et avec un angle orienté

- Norme :  $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$

2. Règles de calcul du produit scalaire et de la norme
  - Produit scalaire : commutatif, bilinéaire
  - Norme : homogénéité, inégalité triangulaire, positivité, inégalité de Cauchy-Schwarz
3. Orthogonalité et définition analytique du produit scalaire
  - Caractérisation :  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont orthogonaux ssi  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
  - Définitions : base orthogonale, base orthonormée (+ repère)
  - *Dans une base orthonormée*, définition du produit scalaire par les coordonnées

### III/ Déterminant

Dans ce paragraphe, on se place dans le plan muni d'une base orthonormée.

- Définition géométrique :  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\theta)$
- Caractérisation :  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires ssi  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$
- Définition du déterminant par les coordonnées et lien avec le déterminant d'une matrice

### IV/ Géométrie du plan

Dans ce paragraphe, on se place dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. Droites
  - Définition :  $d(A, \vec{u}) = \{M \in \mathcal{P} \mid \overrightarrow{AM} \text{ et } \vec{u} \text{ sont colinéaires}\}$
  - Représentation paramétrique d'une droite
  - Equation cartésienne d'une droite, vecteur normal
  - Définition : pente ou coefficient directeur
2. Projection orthogonale
  - Existence et unicité du projeté orthogonal d'un point sur une droite
3. Cercles
  - Définition :  $\mathcal{C}(A, r) = \{M \in \mathcal{P} \mid AM = r\}$
  - Représentation paramétrique d'un cercle
  - Equation cartésienne d'un cercle

## V/ Géométrie dans l'espace

Dans ce paragraphe, on se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

### 1. Plans

- Définition :  $\mathcal{P}(A, \vec{u}, \vec{v}) = \{ M \in \mathcal{E} \mid \exists (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2 \text{ tel que } \overrightarrow{AM} = \lambda \vec{u} + \mu \vec{v} \}$
- Représentation paramétrique d'un plan
- Equation cartésienne d'un plan, vecteur normal

### 2. Droites

- Représentation paramétrique
- Systèmes d'équations cartésiennes

### 3. Projection orthogonale

- Existence et unicité du projeté orthogonal d'un point sur une droite
- Existence et unicité du projeté orthogonal d'un point sur un plan
- Définition : distance d'un point à un plan

## Informatique

1. Bases de la programmation en Python : fonctions, if, for, while.
2. Listes : définir une liste, manipuler ses éléments, la parcourir, la copier
3. Fonctions à connaître : fonctions récursives, recherche dichotomique du zéro d'une fonction, recherche dichotomique dans une liste.
4. Python pour les statistiques : savoir tracer un nuage de points (associé à une série statistique, associé à une suite définie explicitement, associé à une suite définie par récurrence), connaître le principe de fonctionnement du tri par insertion, du tri par sélection et du tri par comptage.
5. Chaînes de caractères : définir une chaîne de caractères, la parcourir, recherche d'un mot dans une chaîne de caractères

## Questions de cours

### 1. Avec preuve

Intégration par parties.

### 2. Sans preuve

Pour une équation différentielle linéaire d'ordre 1 :

- Résolution de l'équation homogène
- Principe de superposition
- Résolution de l'équation

### 3. Sans preuve

Pour une équation différentielle linéaire d'ordre 2, énoncer la proposition sur les solutions de l'équation homogène.

### 4. Avec preuve.

Toute droite du plan a une équation cartésienne de la forme  $ax + by + c = 0$ .

### 5. Avec preuve.

Existence et unicité du projeté orthogonal d'un point sur une droite.