Nom : ....

Interrogation 8 - Mardi 14 janvier 2025

Equations différentielles linéaires

1. Pour toute la question 1, on note (E) : $y' + a(t)y = f(t)$ où a et f sont des fonctions continues sur un intervalle I.

   (a) Donner l'ensemble des solutions S_0 de l'équation homogène associée à (E).

   (b) Enoncer le principe de superposition dans ce cas.

2. Pour toute la question 2, on note (E) : $y''+ay'+by = f(t)$ où a, b sont des réels et f est une fonction continue sur un intervalle I.

   (a) On suppose que l'équation caractéristique associée à (E) a pour discriminant $\Delta > 0$.
   Donner l'ensemble des solutions S_0 de l'équation homogène associée à (E).

   (b) On suppose que l'équation caractéristique associée à (E) a pour discriminant $\Delta = 0$.
   Donner l'ensemble des solutions S_0 de l'équation homogène associée à (E).

   (c) On suppose que l'équation caractéristique associée à (E) a pour discriminant $\Delta < 0$.
   Donner l'ensemble des solutions S_0 de l'équation homogène associée à (E).

Géométrie

1. Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs non nuls *de l'espace*. Compléter avec la définition et deux caractérisations :

   $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires

   $\Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow$

2. Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont deux vecteurs *du plan*.

   On note $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. En plus des critères de la question précédente, on a aussi :

   $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires

   $\Leftrightarrow$

3. Soient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ deux vecteurs.

   Donner la définition du produit scalaire de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ avec les coordonnées :

4. Soit (d) une droite du plan d'équation cartésienne $ax+by+c=0$ (avec a, b, c des réels, $(a,b) \neq (0,0)$). Compléter :

   - (d) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u} =$
   - (d) a pour vecteur normal $\overrightarrow{n} =$

5. Soient d la droite passant par A et dirigée par $\overrightarrow{u} \neq \overrightarrow{0}$ et M un point. Donner la définition du projeté orthogonal de M sur d.

6. On note C le cercle du plan de centre $\Omega(a,b)$ et de rayon $r > 0$. Une équation cartésienne de C est :

7. On note P le plan passant par $A(x_A, y_A, z_A)$ et dirigé par les deux vecteurs non colinéaires $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{u}} \\ y_{\overrightarrow{u}} \\ z_{\overrightarrow{u}} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{v}} \\ y_{\overrightarrow{v}} \\ z_{\overrightarrow{v}} \end{pmatrix}$.

   Une représentation paramétrique de P est :

Dénombrement

1. Donner la proposition sur le cardinal d'une union disjointe.

2. Donner la proposition sur le cardinal du complémentaire d'un ensemble.

3. Donner la proposition sur la formule du crible.

4. Pour toute la question 4, E est un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in \mathbb{N}^*$.

   (a) Donner la définition d'une p-liste de E.

   Il y a .... p-listes de E.

   (b) Donner la définition d'un p-arrangement de E.

   Il y a .... = ...

   p-arrangements de E.

   (c) Donner la définition d'une permutation de E.

   Il y a .... permutations de E.

   (d) Donner la définition d'une p-combinaison de E.

   Il y a .... p-combinaisons de E.

5. Soit E un ensemble fini de cardinal n.
   Par définition, l'ensemble des parties de E est :

   Le cardinal de l'ensemble des parties de E est :