Semaine 14 - Lundi 20 janvier au vendredi 24 janvier

Chap 15 - Dénombrement

I/ Cardinal d'un ensemble fini

1. Définition
   - Définitions : ensemble fini, cardinal, cas de l'ensemble vide, notations $\mathsf{card}(E)$ et $\#E$
   - Proposition : deux ensembles finis non vides ont le même cardinal ssi ils sont en bijection
2. Lien avec les opérations sur les ensembles
   - Inclusion
   - Union disjointe, complémentaire, formule du crible
   - Produit cartésien

II/ Dénombrement

On note E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Choix successifs avec répétitions
   - Un p-uplet (ou une p-liste) est un élément de E^p ; il y en a n^p
2. Choix successifs sans répétition
   - Un p-arrangement est un p-uplet sans répétition ; il y en a $n(n-1)\ldots(n-p+1) = \dfrac{n!}{(n-p)!}$
3. Choix successifs sans répétition de tous les éléments de E
   - Une permutation est un n-arrangement de E ; il y en a $n!$
4. Choix simultanés
   - Une p-combinaison est un sous-ensemble de E à p éléments ; il y en a $\binom{n}{p}$
5. Complément sur les coefficients binomiaux
   - Preuves combinatoires de : symétrie des coefficients binomiaux, formule du triangle de Pascal, formule du binôme de Newton
   - Ensemble des parties de E $\mathcal{P}(E)$: définition et $\mathsf{card}\Big(\mathcal{P}(E)\Big) = 2^n$

Chap 16 - Suites réelles

I/ Généralités

- Définitions : suite réelle, somme, produit, produit par un scalaire, quotient
- Définitions : suite (strictement) croissante, (strictement) décroissante, constante, monotone, et toutes ces notions "à partir d'un certain rang"
- Définitions : suite majorée, minorée, bornée
- Proposition : (u_n) est bornée ssi $(|u_n|)$ est majorée

II/ Limites

1. Convergence, divergence
   - Définition de "(u_n) converge vers le réel l", notations $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ et $u_n \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} l$
   - Proposition : si une suite converge, alors sa limite est unique
   - Proposition : si une suite converge, alors elle est bornée
   - Proposition : (u_n) converge vers l ssi $(u_n - l)$ converge vers 0
   - Définitions : divergence, divergence vers $+\infty$, divergence vers $-\infty$, et notations associées
   - Proposition : si une suite a une limite, alors cette limite est unique
2. Limites et opérations
   - Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de $(f(u_n))$
3. Suites extraites
   - Proposition : (u_n) a une limite $a \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ ssi (u_{2n}) et (u_{2n+1}) ont pour limite a.
4. Limites et inégalités
   - Proposition : signe d'une suite de limite non nulle
   - Proposition : passage à la limite dans une inégalité large
   - Théorème de la limite finie par encadrement (dit théorème des gendarmes)
   - Théorème de comparaison (pour les limites infinies)
5. Limites et monotonie
   - Théorème de la limite monotone
6. Suites adjacentes
   - Définition
   - Théorème : deux suites adjacentes convergent vers la même limite

Informatique

Tout ce qui a été vu reste au programme.

Questions de cours

1. Donner *sans démontrer* la proposition sur le cardinal d'une union disjointe et en déduire *en démontrant* la formule du crible.
2. *Sans preuve*
   Soit E un ensemble fini non vide de cardinal n.
   - Définition d'un p-uplet de E ($p \in \mathbb{N}^*$) et nombre de p-uplets de E.
   - Définition d'un p-arrangement de E ($p \in \mathbb{N}^*$) et nombre de p-arrangements de E.
   - Définition d'une permutation de E et nombre de permutations de E.
   - Définition d'une p-combinaison de E ($p \in [\![0, n]\!]$) et nombre de p-combinaisons de E.
3. *Sans preuve.*
   Limite d'une somme, d'un produit et de $(f(u_n))$.
4. *Sans preuve.*
   Enoncer le théorème de limite finie par encadrement, le théorème de comparaison et le théorème de la limite monotone (version détaillée).
5. *Sans preuve.*
   Enoncer le critère des suites extraites, donner la définition de suites adjacentes et énoncer le théorème des suites adjacentes.