Nom : ....

Interrogation 9 - Mardi 4 février 2025

Suites réelles

1. Soit (u_n) une suite réelle. Compléter :
   (u_n) est croissante

   $\Leftrightarrow$

   (u_n) est décroissante à partir d'un certain rang

   $\Leftrightarrow$

   (u_n) est constante

   $\Leftrightarrow$

2. Soit (u_n) une suite réelle. Donner la définition de :
   "(u_n) converge vers le réel L".

3. Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles.
   Soient L et L' des réels.
   Compléter :

Si $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$	L	$L \neq 0$	$\pm\infty$	0
Si $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$	L'	$\pm\infty$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n v_n =$				

4. Enoncer le critère des suites extraites.

5. Enoncer le théorème des gendarmes.

6. Enoncer le théorème de comparaison.

7. Enoncer le théorème de la limite monotone (version courte).

8. Soient (u_n) et (v_n) deux suites réelles. Compléter avec la définition :

   (u_n) et (v_n) sont adjacentes

   $\Leftrightarrow$

9. Donner la définition complète de "(u_n) est négligeable devant (v_n)"

10. Donner la définition de l'équivalence pour deux suites réelles.

11. Dans chacun des cas suivants, répondre uniquement par "vrai" ou "faux".

    (a) On peut sommer les équivalents : ....

    (b) On peut multiplier les équivalents : ....

    (c) On peut composer des équivalents : ....

    (d) On peut élever des équivalents au carré : ....

12. Soit (u_n) une suite réelle qui ne s'annule pas à partir d'un certain rang, telle que (u_n) converge vers 0. Compléter :

    $\exp(u_n) - 1 \underset{n\to+\infty}{\sim}$

    $\ln(1+u_n) \underset{n\to+\infty}{\sim}$

    $\sqrt{1+u_n} - 1 \underset{n\to+\infty}{\sim}$

    $\sin(u_n) \underset{n\to+\infty}{\sim}$

Polynômes réels

1. Que signifie l'expression "par identification" ?

2. Donner la définition du degré d'un polynôme (bien traiter tous les cas).

3. Soient P et Q deux polynômes réels. Enoncer la proposition sur le degré de $P+Q$.

4. Donner la propriété d'intégrité de l'ensemble des polynômes réels.

5. Soit P un polynôme réel. On écrit $P : x \mapsto \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$.
   Le polynôme dérivé de P est définie par (deux formules) :

6. Soient P un polynôme réel et $\alpha \in \mathbb{R}$.
   Compléter avec la définition et la caractérisation :

   α est une racine de P

   $\Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow$

7. Soit P un polynôme réel de degré $d \in \mathbb{N}$. Si P a d racines distinctes $\alpha_1, \ldots, \alpha_d$, alors P s'écrit sous la forme :

8. Soient P un polynôme réel et $\alpha \in \mathbb{R}$.
   Compléter :
   α est une racine multiple de P

   $\Leftrightarrow$