

**DS n°4 - Partie 1 - Informatique - Correction****Exercice 1**

```
1  '''Question 1'''
2
3  def moyenne_etudiant (T,i) :
4      s = 0
5      p = T.shape[1]
6      for j in range (p) :
7          s += T[i ,j]
8      return s/p
9
10 '''Question 2'''
11
12 def moyenne_classe(T):
13     s = 0
14     n = T.shape[0]
15     p = T.shape[1]
16     for i in range(n):
17         for j in range(p):
18             s += T[i ,j]
19     return s/(n*p)
20
21 '''Question 3'''
22
23 def seuil_etudiant(T,i):
24     p = T.shape[1]
25     for j in range(p):
26         if T[i ,j]>=15:
27             return True
28     return False
29
30 '''Question 4'''
31
32 def seuil_classe(T):
33     L = []
34     n = T.shape[0]
35     for i in range(n):
36         if seuil_etudiant(T,i):
37             L.append(i)
38     return L
```

**Exercice 2**

1. (a) Pour tout  $a \in \mathbb{R}$ ,  $A(a) = I_3 + aN$ .

(b) On propose :

```

1 def matrice_A(a):
2     A = np.eye(3)+a*N
3     return A
```

2. (a) On propose :

```

1 def nulle(M,k):
2     n = M.shape[0]
3     puissance = np.linalg.matrix_power(M,k)
4     for i in range(n):
5         for j in range(n):
6             if puissance[i,j]!=0:
7                 return False
8     return True
```

(b) Soit  $n \in \mathbb{N}$ .

Les matrices  $I_3$  et  $N$  commutent. Donc, d'après la formule du binôme de Newton :

$$\begin{aligned}
 A(1)^n &= (I_3 + N)^n \\
 &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} N^k I_3^{n-k} \\
 &= \binom{n}{0} N^0 + \binom{n}{1} N^1 + \binom{n}{2} N^2
 \end{aligned}$$

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $A(1)^n = I_3 + nN + \frac{n(n-1)}{2} N^2$ .