Nom : ....

Interrogation 11 - Mardi 11 mars 2025

Limites et continuité

Dans toute cette section, on considère uniquement des fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles.

1. Donner la définition de "f admet pour limite le réel l en $+\infty$".

2. Enoncer la proposition de composition des limites pour deux fonctions.

3. Enoncer le théorème des gendarmes pour des fonctions.

4. Soit f une fonction définie sur un intervalle $I = [a, b[$ ($a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$).
   On suppose que f est *décroissante*.
   Enoncer le théorème de la limite monotone *dans ce cas* (version détaillée).

5. Donner les équivalents usuels concernant les polynômes.

6. Compléter :

$e^x - 1 \underset{x \to 0}{\sim}$

$\ln(1+x) \underset{x \to 0}{\sim}$

$\dfrac{1}{1+x} - 1 \underset{x \to 0}{\sim}$

$\cos(x) - 1 \underset{x \to 0}{\sim}$

7. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$, $f : I \to \mathbb{R}$ et $a \in I$.
Donner la définition de "f est continue en a".

8. Enoncer le théorème sur l'image continue d'un intervalle.

9. Enoncer le théorème des valeurs intermédiaires.

10. Enoncer le théorème des bornes atteintes (une seule formulation).

11. Enoncer le théorème de la bijection.

12. On note I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ continue strictement *croissante* sur I.
Compléter :

Si $I =$	Alors $f(I) =$
$[a, b]$	
$[a, b[$	
$]a, b]$	
$]a, b[$	

(où $a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$)

Espace vectoriel $\mathbb{K}^n$ et sous-espaces vectoriels

Dans toute cette rubrique, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et n désigne un élément de $\mathbb{N}^*$.

1. Soit F un sous-ensemble de $\mathbb{K}^n$.
   Compléter avec la définition :
   F est sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$

   $\Leftrightarrow$

2. Soit $(e_1, \ldots, e_k)$ une famille de vecteurs de $\mathbb{K}^n$.
   Donner la définition de $\text{Vect}\,(e_1, \ldots, e_k)$.

3. Soit F un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$.
   Compléter avec la définition :
   $(e_1, \ldots, e_k)$ est une famille génératrice de F

   $\Leftrightarrow$

4. Soit $(e_1, \ldots, e_k)$ une famille de vecteurs de $\mathbb{K}^n$.
   Compléter avec la définition :
   $(e_1, \ldots, e_k)$ est une famille libre

   $\Leftrightarrow$

5. Soit $(e_1, \ldots, e_k)$ une famille de vecteurs de $\mathbb{K}^n$.
   Compléter avec la définition :
   $(e_1, \ldots, e_k)$ est une famille liée

   $\Leftrightarrow$

6. Soit $(e_1, \ldots, e_k)$ une famille de vecteurs de $\mathbb{K}^n$.
   Compléter avec la caractérisation (argument "par identification") :
   $(e_1, \ldots, e_k)$ est une famille libre

   $\Leftrightarrow$

7. Soit F un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$.
   Donner la définition d'une base de F.

8. Soient F un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^n$ et $(e_1, \ldots, e_k)$ une famille de vecteurs de F.
   Compléter avec la caractérisation :
   $(e_1, \ldots, e_k)$ est une base de F

   $\Leftrightarrow$