

Développements limités

Prérequis

Il est nécessaire de connaître les développements (en 0) des fonctions usuelles.

A la suite du cours de 1ère année.

Développements limités

Calcul 25.1 — Développements limités d'une somme ou d'un produit de fonctions.



Former le développement limité, à l'ordre indiqué et au voisinage de 0, de la fonction de la variable réelle x définie par l'expression suivante :

a) À l'ordre 3 : $f(x) = \sin(x) + 2\ln(1+x)$

b) À l'ordre 2 : $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$

c) À l'ordre 4 : $\sin(x)(\cos(x) - 1)$

d) À l'ordre 4 : $e^x \sin(x)$

Calcul 25.2 — Développements limités d'une fonction composée.



Former le développement limité, à l'ordre et au voisinage indiqués, de la fonction de la variable réelle x définie par l'expression suivante :

a) À l'ordre 2, en 0 : $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{2}}$

b) À l'ordre 4, en 0 : $\sqrt{\cos(x)}$

c) À l'ordre 3, en 0 : e^{e^x}

d) À l'ordre 2, en 1 : $\frac{\ln(2-x)}{x^2}$

Calculs de limites

Calcul 25.3



Calculer les limites suivantes :

a) En 0 : $\frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$

d) En 0 : $\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)}$

b) En 0 : $\frac{\sin(x) - x \cos(x)}{x(1 - \cos(x))}$

e) En 1 : $\frac{1-x + \ln(x)}{1 - \sqrt{2x-x^2}}$

c) En 0 : $\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$

f) En 0 : $\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{\tan(x)}$

Equivalents

Calcul 25.4



Déterminer un équivalent au voisinage indiqué, de la fonction de la variable réelle x définie par l'expression suivante :

- | | | |
|-------------------|--|--|
| a) En 0 : | $\frac{1}{x(e^x - 1)} - \frac{1}{x^2}$ | |
| b) En $+\infty$: | $\frac{\sin(1/x)}{x+1}$ | |
| c) En $+\infty$: | $x \ln(x+1) - (x+1) \ln(x)$ | |
| d) En $+\infty$: | $\left(\frac{1}{x} + 1\right)^{x^2}$ | |

Réponses mélangées

$$\begin{array}{ccccccc}
 e - \frac{cx}{2} + \frac{11cx^2}{24} + o_{x \rightarrow 0}(x^2) & x - \frac{3}{2}x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2) & e^{-\frac{1}{2}cx} & 0 & & & \\
 x + x^2 + \frac{x^3}{3} + o_{x \rightarrow 0}(x^4) & -\frac{1}{2x} & -1 & -\frac{1}{2} & -\ln(x) & -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\
 3x - x^2 + \frac{x^3}{2} + o_{x \rightarrow 0}(x^3) & e\left(1 + x + x^2 - \frac{5}{6}x^3\right) + o_{x \rightarrow 0}(x^3) & & & -\frac{x^3}{2} + o_{x \rightarrow 0}(x^4) & & \\
 1 - x + \frac{3}{2}(x-1)^2 + o_{x \rightarrow 1}((x-1)^2) & 1 & \frac{1}{x^2} & 1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{96}x^4 + o_{x \rightarrow 0}(x^4) & & &
 \end{array}$$