

Applications linéaires et matrices

Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est de définir ce qu'est une application linéaire. L'idée est : une application linéaire est une application entre deux espaces vectoriels et qui respecte (dans un sens à définir) la structure de ces espaces vectoriels.

Nous étudierons ensuite les propriétés des applications linéaires, et nous insisterons en particulier sur le lien entre applications linéaires et matrices.

Plan du chapitre

I/ Applications linéaires

1. Définitions
2. Opérations sur les applications linéaires

II/ Noyau et image

1. Noyau
2. Image

III/ Applications linéaires et dimension finie

1. Reconnaître une application linéaire en dimension finie
2. Caractérisation
3. Conséquence de la caractérisation : matrice d'une application linéaire
4. Matrice d'une application linéaire et opérations
5. Image d'une base

IV/ Rang d'une application linéaire

1. Définition
2. Théorème du rang

Guide de travail

- A quoi reconnaît-on au premier coup d'oeil qu'une application est linéaire ? Comment le démontre-t-on ?
- Comment détermine-t-on le noyau d'une application linéaire ? A quoi sert-il de déterminer le noyau d'une application linéaire ?
- Comment détermine-t-on l'image d'une application linéaire, *en dimension finie* ? A quoi sert-il de déterminer l'image d'une application linéaire ?
- Comment passe-t-on de l'application linéaire à sa matrice ? De la matrice à l'application linéaire ?
- Certaines questions, qui sont formulées avec le vocabulaire des applications linéaires, sont en fait beaucoup plus faciles à traiter si on les traduit sous forme matricielle. Lesquelles ?
- Pourquoi le théorème du rang est-il magique ?