

Nom :

Interrogation 15 - Mardi 10 juin 2025**Intégration**

1. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continue.

Donner la définition d'une des deux sommes de Riemann associées à f (au choix) et la proposition associée.

2. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue.
Enoncer la relation de Chasles.

3. Enoncer la propriété de croissance de l'intégrale.

4. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ (avec $a \leq b$) continue.
Enoncer l'inégalité triangulaire pour l'intégrale :

5. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ (avec $a < b$) continue.
La valeur moyenne de f est :

6. Enoncer le théorème fondamental de l'analyse.

7. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continue.
Donner la formule de calcul de $\int_a^b f(t) dt$ à l'aide d'une primitive.

8. Dans chacun des cas suivants, on définit une fonction f sur un intervalle I . Compléter de sorte à ce que F soit une primitive de f sur l'intervalle I .

(a) $I = \dots\dots\dots$

$$\forall x \in I, f(x) = \ln(x)$$

Dans ce cas, on peut définir F sur I par :

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

(b) $I = \dots\dots\dots$

$$\forall x \in I, f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Dans ce cas, on peut définir F sur I par :

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

(c) $I =]-\infty, 0[$

$$\forall x \in I, f(x) = \frac{1}{x}$$

Dans ce cas, on peut définir F sur I par :

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

(d) $I = \dots\dots\dots$

$$\forall x \in I, f(x) = \sin(x)$$

Dans ce cas, on peut définir F sur I par :

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

9. Énoncer la proposition d'intégration par parties.

10. Énoncer le théorème de changement de variable.

Variables aléatoires

Dans toute cette partie, $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ est un univers fini muni de sa tribu et d'une loi de probabilité.

De plus, dans toute cette partie, X et Y désignent des variables aléatoires réelles sur Ω .

1. Donner la définition de la loi de X .

2. Donner la définition de la fonction de répartition de X .

3. Soit $A \subset \Omega$.

(a) Par définition, la fonction indicatrice de A est :

(b) La loi de la fonction indicatrice de A est donnée par le tableau :

4. Par définition, l'espérance de X est :

5. Donner les propriétés de l'espérance (linéarité, positivité, croissance).

6. Énoncer le théorème de transfert.

7. Donner la définition de " X est centrée".

8. Par définition, la variance de X est :

9. Donner la formule de König-Huygens.

10. Soient $a, b \in \mathbb{R}$.

Compléter la formule :

$$V(aX + b) =$$