3) Bilan de masse en régime stationnaire

* D'après la conservation de la masse d'un système fermé

$$m_\Sigma(t) = m_\Sigma(t+dt)$$
$$\delta m_e + m_P(t) = \delta m_s + m_P(t+dt)$$

* En régime stationnaire : $m_P(t) = m_P(t+dt)$

donc $\boxed{\delta m_e = \delta m_s = \delta m}$

* Rappel : Débit de masse du fluide : $D_m = \frac{\delta m}{dt}$

d'où en divisant par dt :

$\boxed{D_{me} = D_{ms} = D_m}$: conservation du débit de masse en régime stationnaire

4) Bilan d'énergie en régime stationnaire :

* Appliquons le 1er principe au système fermé Σ entre t et t+dt :

$$dE_\Sigma = \delta W + \delta Q$$
$$dE_\Sigma = \delta W_P + \delta W_{autres} + \delta Q \quad (1)$$

rem : δW_{autres} noté souvent δW_{utile} : travail élémentaire "utile" lié à la présence d'une pièce mobile (ex : hélice, piston) en contact avec le fluide.

* Expression de dE_Σ :

$$dE_\Sigma = E_\Sigma(t+dt) - E_\Sigma(t)$$
$$= (E_P(t+dt) + E(\delta m_s)) - (E_P(t) + E(\delta m_e))$$
$$= \underbrace{(E_P(t+dt) - E_P(t))}_{=0 \text{ en régime stationnaire}} + (E(\delta m_s) - E(\delta m_e))$$
$$= E(\delta m_s) - E(\delta m_e)$$

Or, $E(\delta m_s) = U(\delta m_s) + E_m(\delta m_s) = U(\delta m_s) + E_c(\delta m_s) + E_{pp}(\delta m_s)$

$$= \delta m_s u_s + \frac{1}{2}\delta m_s c_s^2 + \delta m_s g z_s$$

De m : $E(\delta m_e) = \delta m_e u_e + \frac{1}{2}\delta m_e c_e^2 + \delta m_e g z_e$

Or, en régime stationnaire : $\delta m_s = \delta m_e = \delta m$ donc

$$dE_\Sigma = \delta m\left((u_s - u_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e)\right) \quad (2)$$

* Expression de δW_P :

$$\delta W_P = -P_e \underbrace{\overset{<0}{dV_{entrée}}}_{= -\underbrace{\delta V_e}_{>0}} - P \underbrace{\overset{>0}{dV_{sortie}}}_{= \underbrace{\delta V_s}_{>0}}$$

$$= + P_e\,\delta V_e - P_s\,\delta V_s$$
$$= P_e\,\delta m_e\, v_e - P_s\,\delta m_s\, v_s$$

Or, en régime stationnaire : $\delta m_s = \delta m_e = \delta m$ donc

$$\underline{\delta W_p = \delta m\,(P_e v_e - P_s v_s)} \qquad (3)$$

En remplaçant (2) et (3) dans (1) :

$$\delta m\left((u_s - u_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e)\right) = \delta m(P_e v_e - P_s v_s) + \delta W_u + \delta Q$$

Or, $\begin{cases} h_s = u_s + P_s v_s \\ h_e = u_e + P_e v_e \end{cases}$

$$\text{d'où } \delta m\left(\underbrace{(h_s - h_e)}_{\Delta h} + \underbrace{\frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2)}_{\Delta e_c} + \underbrace{g(z_s - z_e)}_{\Delta e_p}\right) = \delta W_u + \delta Q = \delta m(w_u + q)$$

<u>Énoncé du 1er principe industriel en régime stationnaire :</u>

* en terme d'énergies massique (on divise par δm) :

$$\boxed{\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q}$$

* en terme de puissance (on divise par dt) :

$$\boxed{D_m(\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}}$$

5) Application aux ≠ éléments d'une machine thermique :

En général, on peut négliger les variations de vitesse et d'altitude entre l'entrée et la sortie : $\Delta e_c \simeq 0$ et $\Delta e_p \simeq 0$

donc $\boxed{\Delta h = w_u + q}$

<u>ex</u> : compresseur : $w_u > 0$ (le fluide reçoit du travail de la part d'un piston qui le comprime : $P\uparrow$) et $q = 0$
donc $\Delta h = w_u > 0$

détendeur : $w_u = 0$ (pas de pièce mobile, $P\downarrow$ grâce à un tube capillaire) et $q = 0$
donc $\Delta h = 0$

échangeur thermique : $w_u = 0$ et $q \neq 0$ donc $\underline{\Delta h = q}$

turbine : $w_u < 0$ (le fluide fournit un travail permettant de faire tourner la turbine) et $q = 0$ donc $\underline{\Delta h = w_u < 0}$

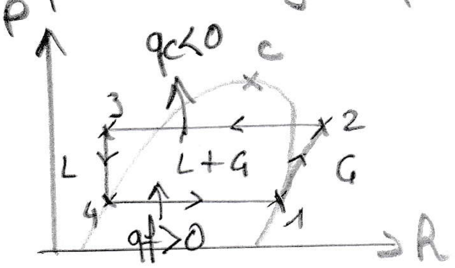
6) Descriptions de transformations cycliques dans le diagramme (P, h) :

* Dans le diagramme (P, h), ou diagramme des frigoristes, on trace $P = f(h)$ pour représenter les transf. cycliques subies par un fluide dans une machine thermique
* → voir allure des diagrammes (P, h)

en rouge : isothermes : T = cste

en bleu : adiabatiques $q = 0$

* Exemple d'un cycle frigorifique :



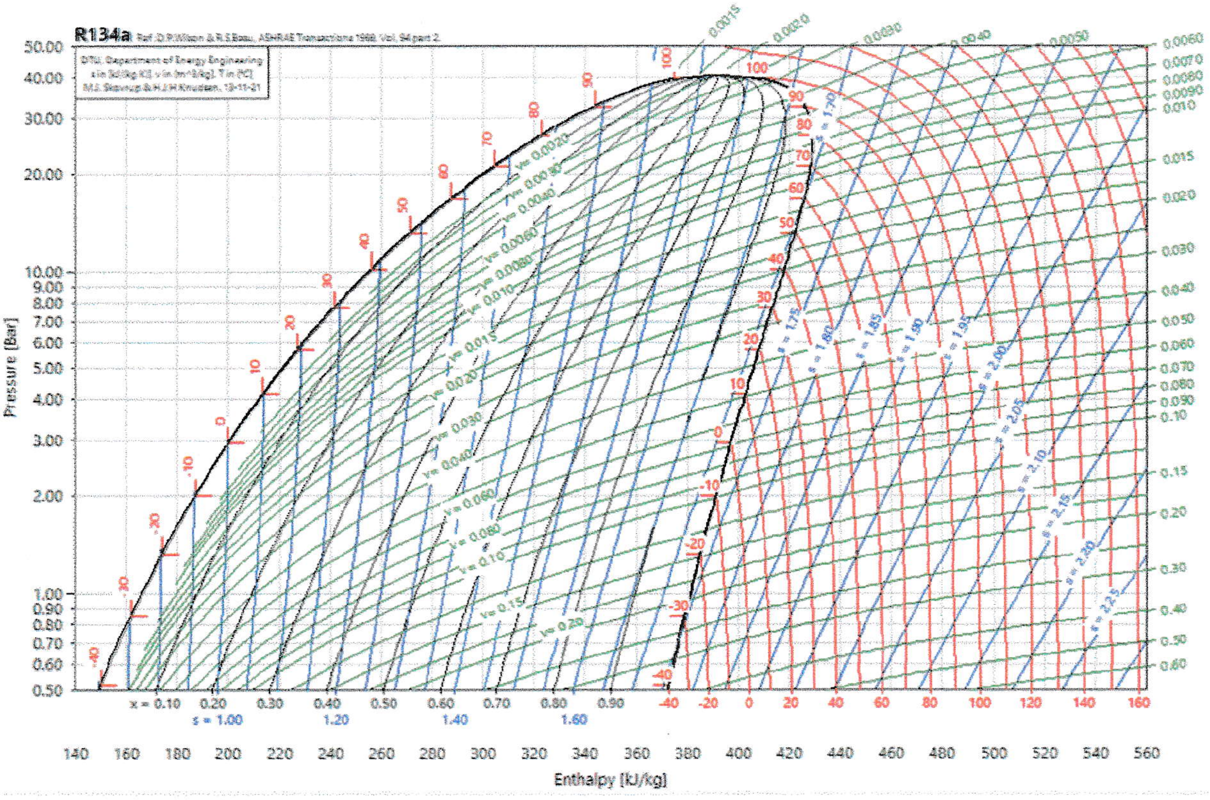
1 → 2 : le fluide subit une compression adiabatique dans le compresseur : le fluide reçoit $w_u > 0$

2 → 3 : le fluide passe par un échangeur thermique et passe à l'état liquide en cédant $q_c < 0$ à la source chaude

3 → 4 : le fluide subit une détente isenthalpique dans le détendeur ($w_u = 0$ et $q = 0$)

4 → 1 : le fluide passe par un échangeur thermique et repasse à l'état gazeux en recevant $q_f > 0$ de la source froide

remarque : $e = \frac{q_f}{w_u}$


R134a
Ref. D.P.Wilson & R.S.Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.
DTU, Department of Energy Engineering
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 19-11-21
Pressure [Bar]
Enthalpy [kJ/kg]
x = 0.10
s = 1.00