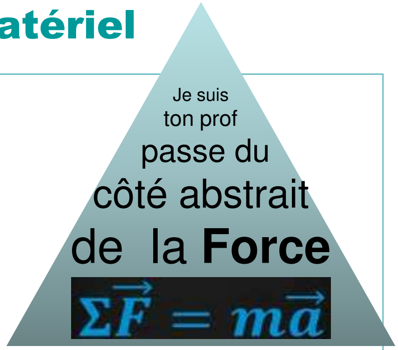
Chapitre M-2 Dynamique du point matériel



A- Notions préliminaires
Modèle du point matériel, centre d'inertie d'un solide
Masse, centre de masse
Force exercée sur M, résultante sur un point, sur un corps.
Notion d'interaction, principe des actions réciproques.
Quantité de mouvement
B- Principe d'inertie et référentiel galiléen
Notion de point isolé Première loi de Newton
Choix du référentiel. Exemples de référentiels « galiléens » suivant le problème posé : de Copernic, géocentrique, terrestre
Changement de référentiel galiléen : référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen
C- Deuxième loi de Newton
Enoncé du principe fondamental de la dynamique $\sum \vec{f} = m.\vec{a}$
Enoncé avec la quantité de mouvement
Condition d'équilibre
Invariance par changement de référentiel galiléen
D- Forces usuelles à notre échelle
Poids dans le modèle du champ de pesanteur uniforme
Force de rappel d'un ressort (force élastique), tension d'un fil,
Réaction d'un support : frottements solides (statiques ou dynamiques),
Frottements fluides
E- Applications dans le champ de pesanteur
Mouvement d'un projectile en absence de frottement
Prise en compte des frottements fluides, existence d'une vitesse limite
Propulsion d'une fusée

A- Notions préliminaires

1-Notion de point matériel

Littéralement, c'est un **point** associé à une **masse**. Or, les corps étudiés en mécanique sont de dimension finie. On peut assimiler un corps à un point matériel si ses dimensions sont petites devant les distances envisagées dans le problème.
Intérêt : on peut alors définir la **position** **M(x,y,z)**

Exemples possibles de « point » matériel : électron en mouvement, bille sur une table, voiture sur la route, satellite dans l'espace…

Pour un corps quelconque, un point matériel intéressant est le centre d'inertie ou **centre de masse ou centre de gravité**, noté **G**.

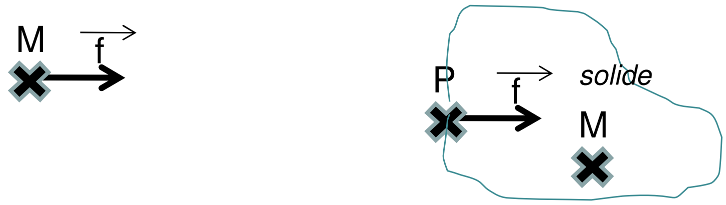
Cadre de l'étude :
Le programme de BCPST1 se limite à la ***mécanique du point matériel***. Si le système étudié est un corps de masse **m** (répartie sur tout son volume) et de dimensions quelconques, on pourra l'assimiler pour une étude simple à son centre de masse **G** où serait concentrée la totalité de la masse **m**. Dans ce cas, on ne s'intéresse pas aux mouvements (plus ou moins complexes) que décrivent les différents points du corps par rapport à **G**.

La **masse m** d'un corps caractérise ses **propriétés d'inertie** *(U.S.I.: kg)*

2- Notion de force sur un point matériel

On appelle **force** toute **action** susceptible de modifier le vecteur vitesse d'un point. Une force est représentée par un **vecteur**, à partir d'un **point d'application.**
Attention : la vitesse n'est pas forcément modifiée *(ex : on appuie sur un mur)*

Remarque 1 : pour parler de vitesse, il faut d'abord préciser le référentiel
Remarque 2 : si le système n'est pas ponctuel, le point d'application n'est pas forcément le point M considéré :



Si plusieurs forces sont appliquées en un point, on définit la **résultante** = **somme vectorielle :**

$$\overrightarrow{F_{résultante}} = \sum \overrightarrow{F_{appliquées}}$$

Remarque : pour un corps quelconque, on différencie les forces extérieures (appliquées depuis l'extérieur du corps) et les forces intérieures, dont l'origine est interne. Si on se limite au point matériel, la notion «d"intérieur » n'a pas de sens et toutes les forces sont donc « extérieures ».

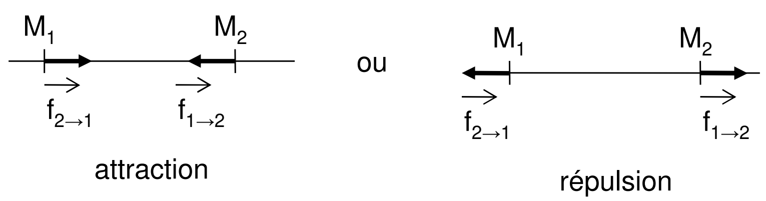
3- Notion d'interaction (***)

Deux points matériels $\mathbf{M_1}$ et $\mathbf{M_2}$ sont ***en interaction*** si chacun d'eux exerce une force sur l'autre. On note $\overrightarrow{\mathbf{f}}_{1\to 2}$ la force exercée par $\mathbf{M_1}$ sur $\mathbf{M_2}$ et $\overrightarrow{\mathbf{f}}_{2\to 1}$ la force exercée par $\mathbf{M_2}$ sur $\mathbf{M_1}$.

Troisième loi de Newton (ou principe des actions réciproques) *:* Les forces exercées sur chacun des points en interaction sont opposées

$$\boxed{\overrightarrow{\mathbf{f}}_{1\to 2} = - \overrightarrow{\mathbf{f}}_{2\to 1}}$$

Deux cas de figure :



On distingue en physique des interactions fondamentales dont on observe les effets :
- *Interaction gravitationnelle => mouvement des planètes*
- *Interaction électromagnétique => mouvement des particules chargées*
- *Interaction nucléaire => radioactivité et cohésion des noyaux*

Attention, toutes les interactions ne sont pas « fondamentales » pour autant.
Ex : si j'appuie sur un mur (= action), le mur exerce une force opposée sur ma main (= réaction), le mur et la main sont en interaction. La troisième loi est aussi appelée « principe de l'action et de la réaction.

4- Quantité de mouvement

Soit un point de masse ***m*** et animé d'une vitesse $\vec{v}$
On définit la quantité de mouvement par la grandeur vectorielle :

$$\boxed{\vec{p} = m.\vec{v}}$$

Dimension :
Schéma :

Si le système est constitué de plusieurs points matériels, la quantité de mouvement totale est la **somme vectorielle** des quantités de mouvement de chacun des points :
Exemple avec deux points :

$$\vec{p} = m_1\vec{v_1}+m_2\vec{v_2}$$

*Remarque : la quantité de mouvement est aussi définie dans le cas d'une particule non matérielle en mouvement, comme le photon. On l'appelle alors plutôt i**mpulsion**.*
*Retrouver par homogénéité l'expression de la norme **p** pour un photon, sachant que c'est une combinaison simple de la longueur d'onde et de la constante de Planck :*

B- Principe d'inertie et référentiel galiléen

1- Notion de point mécaniquement isolé

Définition : un point matériel M est mécaniquement isolé s'il n'est soumis à aucune force.
Exemple : météorite dans l'espace, loin de toute étoile ou planète
Problème : sur Terre, aucun point matériel ne peut être isolé, il est au minimum soumis à son poids.
Définition : un point matériel M est pseudo-isolé si la résultante des forces exercées sur M est nulle.

2- Première loi de Newton : **principe d'inertie**

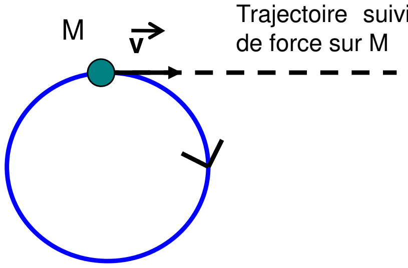
C'est un postulat basé sur l'observation de mouvements courants : on suppose l'existence de référentiels dans lesquels **un point isolé a un mouvement rectiligne uniforme.** Un tel référentiel est dit **galiléen** ou **référentiel d'inertie**.

Justification : **par leur inertie, les corps tendent à poursuivre leur chemin en ligne droite et à la même vitesse.** Il faut exercer une force pour modifier le vecteur vitesse.
« Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état. » [énoncé original par Isaac Newton]

Conséquence 1 : un point pseudo-isolé dans un référentiel galiléen a un mouvement rectiligne uniforme
Conséquence 2 : un tel point initialement au repos reste immobile.

Exemple : mouvement circulaire ci-contre

Pour que le point M tourne, il faut exercer une force pour « courber » sa trajectoire. Sinon, il poursuit en ligne droite. Ainsi, si on fait tournoyer une masse au bout d'une ficelle, la force qui « courbe » la trajectoire est la tension de la ficelle. Si la ficelle se casse, la masse tend naturellement à poursuivre sa trajectoire selon la tangente au cercle au moment de la rupture.



Si la trajectoire est courbée il y a nécessairement une force dirigée « vers l'intérieur »

3- Changement de référentiel galiléen

Soit $\mathcal{R}_g$ galiléen et $\mathcal{R}$ en mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$. On cherche à quelle condition $\mathcal{R}$ sera aussi galiléen.
On prend un point M isolé en mouvement dans $\mathcal{R}$. La vitesse $\vec{v}$ de M dans $\mathcal{R}$ est constante si ce référentiel est galiléen.
On appelle $\vec{v}_e$ la vitesse d'entrainement de $\mathcal{R}$ dans $\mathcal{R}_g$. Par la loi de composition des vitesses, la vitesse $\vec{v}_g$ de M dans $\mathcal{R}_g$ vérifie : $\vec{v}_g = \vec{v}_e + \vec{v}$
Or, $\mathcal{R}_g$ est galiléen donc $\vec{v}_g$ est constante. $\mathcal{R}$ est donc galiléen à condition que $\vec{v}_e$ soit constante aussi.

Conclusion : si on dispose d'un premier référentiel galiléen, les autres référentiels galiléens sont uniquement ceux en translation rectiligne uniforme par rapport au premier.

4- Choix du référentiel

Le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$ de référence est celui de Copernic, non adapté aux études courantes. On est amené en pratique à considérer comme galiléens d'autres référentiels :

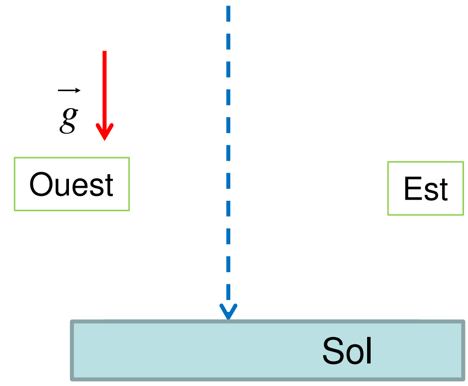
- ***Héliocentrique* :** *proche de celui de Copernic*
- ***Géocentrique* :** *sera considéré comme galiléen si les effets de la rotation de la Terre autour du Soleil ont une influence négligeable sur l'étude.*
- ***Terrestre :*** *sera considéré comme galiléen si les effets de la rotation de la Terre sur elle-même ont une influence négligeable sur l'étude.*

Les trois référentiels ci-dessus ne sont pas strictement galiléens puisqu'ils ne sont pas en translation rectiligne uniforme par rapport à celui de Copernic. Le programme est limité à des études en référentiels galiléens.

Attention : si le référentiel n'est pas galiléen, il y a des **forces d'inertie** (d'entraînement et de Coriolis). Voici quelques exemples d'effets non galiléens (hors programme) :

- *référentiel lié à une voiture qui accélère (ou freine). L'inertie du passager tend à maintenir la vitesse initiale et il ressent une force qui le tire vers l'arrière (ou le pousse vers l'avant).*
- *référentiel lié à une voiture qui tourne. L'inertie du passager tend à maintenir une trajectoire rectiligne et il ressent une force qui le tire vers l'extérieur du virage (centrifuge).*
- *référentiel Terrestre, en rotation dans le Géocentrique. Deux effets de Coriolis notables :*
  - *La déviation vers l'est : un projectile en chute libre a initialement une vitesse vers l'Est (dans le réf. géocentrique) supérieure à celle d'un objet au sol. On observe qu'il la conserve et dévie donc vers l'Est par rapport au sol au cours de sa chute. (en balistique on doit en tenir compte)*
  - *La déviation « vers la droite » dans l'hémisphère Nord (« vers la gauche » dans le sud) pour un mouvement horizontal (effet visible sur les mouvements importants de masses d'air)*

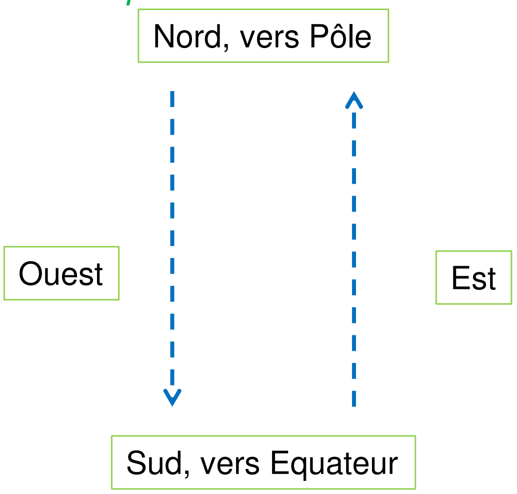
Exemple 1 : chute verticale, déviation vers l'Est dans $R_{terrestre}$



Trajectoire rectiligne verticale, si $R_{terrestre}$ est galiléen

Dessiner les vitesses d'entrainement à différentes altitudes. Comment varie cette vitesse avec l'altitude?
En déduire le sens de la déviation
Quelle est la trajectoire dans $R_{géocentrique}$?

Exemple 2 : mouvement horizontal dans l'hémisphère Nord, déviation dans $R_{terrestre}$



Trajectoire rectiligne horizontale, si $R_{terrestre}$ est galiléen. Vue d'avion.

Dessiner les vitesses d'entrainement à différentes latitudes. Comment varie cette vitesse avec la latitude?
En déduire le sens de la déviation et l'allure de la trajectoire. Conclure

= **effets non galiléens**, hors programme, à comprendre qualitativement

C- Deuxième loi de Newton (= Principe Fondamental de la Dynamique)

1- Enoncé

Soit un point matériel M, de masse m, et d'accélération $\vec{a}$ dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
Alors la résultante des forces appliquée vérifie :

$$\vec{F} = \sum_{point} \vec{f}_{appliquées} = m.\vec{a}$$

Dimensions :
Unités :

Conséquence : si on connait la **résultante**, on peut en déduire l'**accélération** puis la **vitesse** puis la **position** du point en fonction du temps, par intégrations successives. On peut donc **étudier le mouvement d'un point matériel à partir d'un bilan des forces** appliquées sur ce point. *(On verra donc dans la suite de ce chapitre la liste complète des forces au programme)*

« L'altération du mouvement est proportionnelle à la force qui lui est imprimée ; et cette altération se fait en ligne droite dans la direction de la force. » [énoncé original par Isaac Newton]

2- Autre énoncé

A partir de la vitesse du point, on définit sa quantité de mouvement : $\vec{p} = m.\vec{v}$
Alors la relation précédente,
à masse constante donne :

$$\boxed{\vec{F} = m.\vec{a} = m.\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

4- Condition d'équilibre

M est à l'équilibre dans $\mathcal{R}_g$ si sa vitesse est nulle : $\boxed{\vec{v}=\vec{0} \Rightarrow \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{0} \Rightarrow \vec{F}=\vec{0}}$

Attention, l'inverse est faux!

Si la résultante est nulle, on a alors : $\vec{F}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}=\overrightarrow{cste}$

Conclusion : **si la résultante des forces appliquées est nulle, le point est immobile ou en translation rectiligne uniforme**

5- Changement de référentiel galiléen

Soit $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ deux référentiels galiléens. Ils sont donc en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre. La vitesse d'entrainement v_e de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$ est constante. Les vitesses et accélérations de M dans les deux référentiels vérifient la loi de composition :

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{v}_e \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\vec{v}'}{dt}+\frac{d\vec{v}_e}{dt} \Leftrightarrow \vec{a}=\vec{a}'+\vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}=\vec{a}'$$

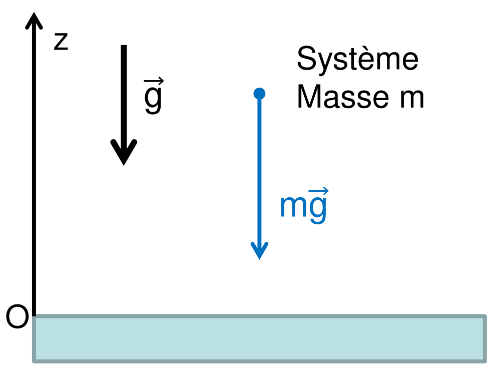
soit $$\vec{F}=m.\vec{a}=m.\vec{a}'$$

Conclusion : la deuxième loi de Newton est inchangée par changement de référentiel galiléen. Peu utile en pratique, on a rarement 2 référentiels galiléens à considérer simultanément.

D- Forces usuelles à notre échelle - $R_{terrestre}$

1- Le poids : force de gravitation à notre échelle, force sans contact

Attention, **à notre échelle la Terre est plate** et le champ de gravitation $\vec{g}$ est uniforme.
(en revanche, à grande échelle la Terre est ronde et $\vec{g}$ est radial, dirigé vers le centre de la Terre et d'intensité plus forte si on est plus près du sol. C'est pas du tout uniforme ça…)

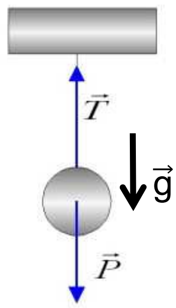


On choisit en général un axe Oz vertical et vers le haut. Alors le vecteur $\vec{g}$ n'a qu'une seule composante g_z avec g_z = - g. Le poids d'une masse m est m $\vec{g}$

Validité de l'hypothèse $\vec{g}$ uniforme ?

- Le mouvement horizontal ne doit pas faire apparaitre la courbure de la Terre *(sinon $\vec{g}$ change de direction)*
- Le mouvement vertical (selon z) ne doivent pas changer l'intensité de $\vec{g}$ *(en réalité, g diminue si z augmente*

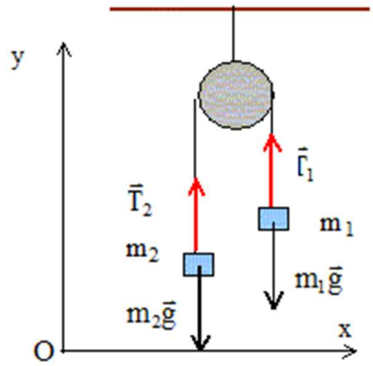
2- Système accroché à un fil, force de tension exercée par un fil



Quand un fil est tendu, il exerce sur les objets fixés à ses extrémités une force appelée tension $\vec{T}$. **La tension est toujours colinéaire au fil et s'oppose à son allongement**. Cette force dépend en pratique de ce qu'on fait subir au fil.
Ci-contre, on considère une masse de poids $\vec{P}$ accroché à un fil vertical, lui-même accroché à un support. Le fil exerce une tension $\vec{T}$ sur la masse.

Si le système est à l'équilibre, on a :

Quand un fil est tendu, il exerce une force de tension sur ses deux extrémités. **La tension est uniforme**, sur toute la longueur du fil, c'est-à-dire que la norme de la tension est la même aux deux extrémités.
Le fil exerce-t-il une force sur le support? Si oui, la dessiner



Ci-contre, un fil passe dans une poulie supposée sans frottement, chaque extrémité est accrochée à une masse. Quelle relation peut-on écrire sur les forces?

Condition pour qu'un fil soit tendu :
$\vec{T} \neq \vec{0} \quad \Leftrightarrow T \neq 0$

3- Système accroché à un ressort : force de rappel ou force élastique (***)

Un ressort est caractérisé par deux grandeurs :

- sa **longueur à vide l_0**
- sa **raideur k**

Un ressort peut être étiré (alors la longueur est $l > l_0$) ou comprimé (alors $l < l_0$)
A noter, certains ressorts *(à spires jointives)* ne peuvent qu'être étirés.
Dans tous les cas, si $l \neq l_0$, le ressort exerce sur ses extrémités une force de rappel $\vec{f}$

- $\vec{f}$ est colinéaire au ressort et tend à ramener la longueur à l_0
- $\|\vec{f}\| = f = k. |l - l_0|$ **k** est homogène à une force sur une longueur, USI : **k** en $N.m^{-1}$

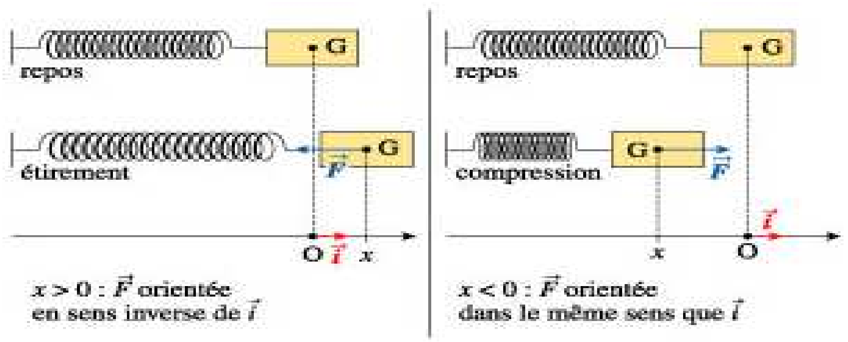
*L'intensité de cette **force de rappel**, aussi appelée **force élastique** est proportionnelle à l'allongement du ressort*
Attention : on s'intéressera ici à la force exercée **par le ressort sur un système accroché à une extrémité** et pas à la force exercée par le système sur le ressort (et qui est la cause fréquente de la déformation) *Quel est le lien entre les deux?*

❑ Point vocabulaire : si on déforme un objet en exerçant une force de contrainte dessus

- C'est une **déformation élastique si elle est réversible** : l'objet reprend sa forme initiale si on arrête la contrainte
- C'est une **déformation plastique si elle est irrréversible** : l'objet ne reprend pas sa forme initiale si on arrête la contrainte

De quelle nature est la déformation
- d'un chewing-gum si on tire dessus? d'un élastique en caoutchouc?
- de la peau si on appuie dessus? du canapé quand on s'assoit?
- de la carrosserie après un accident de voiture?

- Exemple classique : le système de centre G est accroché au ressort



On choisit un axe Ox colinéaire au ressort, x = 0 si le ressort est au repos. La force de rappel est alors :

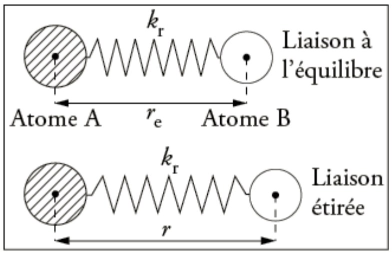
$$\boxed{\vec{F} = -k.x\,\vec{i}}$$

x est l'allongement algébrique

Application : on peut graduer l'axe Ox directement en N plutôt qu'en cm, à condition de connaître la valeur de k. L'objet ci-dessus est alors un dynamomètre, sert à mesurer la force exercée sur le ressort (est-ce la force $\vec{F}$?).

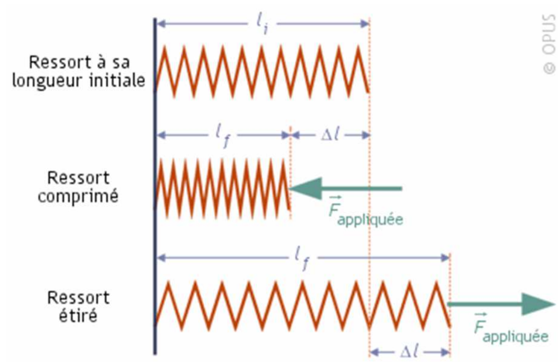
- Modèle élastique : le ressort est en pratique utilisé pour modéliser les comportements dès qu'il y a une déformation élastique,.

- Comportement d'une mousse (dans un canapé)
- Modélisation d'une liaison covalente à l'échelle microscopique *(schéma ci-contre)*. La longueur à vide est la longueur d'équilibre de la liaison, la raideur illustre la solidité de la liaison. Ce modèle sert par exemple à expliquer les spectres IR des molécules



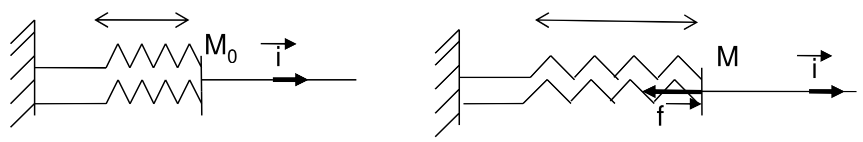
Ci-contre, un ressort fixé à gauche sur une paroi et soumis à une force appliquée à l'extrémité droite.

- *Est-ce la force de rappel?*
- *Quelle est la force exercée par le ressort sur la paroi?*
- *Par la paroi sur le ressort?*



Compléments : associations de ressorts

a) En parallèle



Les deux ressorts ont la même longueur à vide l_0. En M s'exercent les forces de rappel des deux ressorts, on fait la somme:

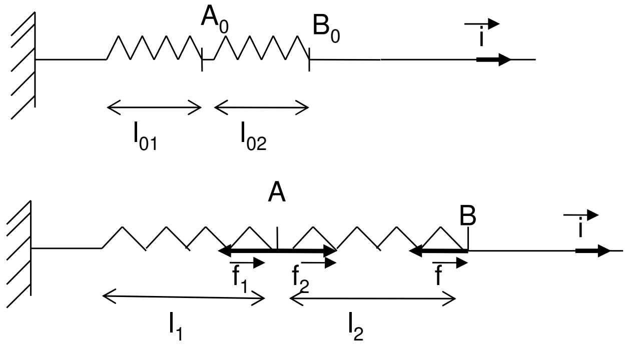
$$\vec{f} = \vec{f_1} + \vec{f_2} = -k_1.(l - l_0)\,\vec{i} - k_2.(l - l_0)\,\vec{i} = -(k_1 + k_2).(l - l_0)\,\vec{i}$$

On pose $k_{eq} = (k_1 + k_2)$ alors $\vec{f} = -k_{eq}.(l - l_0)\,\vec{i}$

Généralisation : pour des ressorts en parallèle, la raideur totale est la somme des raideurs individuelles.

a) En série

Les deux ressorts ont les longueurs à vide $\mathbf{l_{01}}$ et $\mathbf{l_{02}}$ et les raideurs $\mathbf{k_1}$ et $\mathbf{k_2}$. **A** est le point de jonction entre les deux, **B** est maintenu à une extrémité. Attention, la force qui maintient **B** n'est pas représentée ici. En position étirée, il s'exerce en **A** les deux forces de rappel :



$$\vec{f_1} = -\, k_1 .(l_1 - l_{01})\, \vec{i} \qquad (1) \qquad \text{et} \qquad \vec{f_2} = +\, k_2 .(l_2 - l_{02})\, \vec{i} \qquad (2)$$

A est immobile donc $\vec{f_1} = -\,\vec{f_2}$

Les forces sont <u>uniformes</u> sur toute la longueur des ressorts, on a en particulier pour B :

$$\vec{f_1} = \vec{f}$$

On note **f** la norme (commune) de ces trois forces :

Les allongements de chaque ressort vérifient :

$$(1) \Rightarrow (l_1 - l_{01}) = f/k_1 \qquad \text{et} \qquad (2) \Rightarrow (l_2 - l_{02}) = f/k_2$$

D'où l'allongement total : $\Delta l = (l_1 - l_{01}) + (l_2 - l_{02}) = f/k_1 + f/k_2 = f.(\,1/k_1 + 1/k_2)$

On pose $\mathbf{k_{eq}}$ tel que : $1/k_{eq} = (\,1/k_1 + 1/k_2)$ On a alors $f = k_{eq}.\Delta l$

Si des ressorts sont en série, les inverses des raideurs s'ajoutent, la raideur totale est inférieure à la plus petite

<u>4- Système en contact avec un support solide ; réaction exercée par le support, frottements solides</u>

Si le système est en contact avec un support, le support exerce sur le système une force appelée réaction $\vec{R}$. Cette force dépend directement de ce que le système fait subir au support, le support « réagit » et s'oppose aux déformations. *Ex : vous êtes assis sur une chaise, debout sur le sol…*

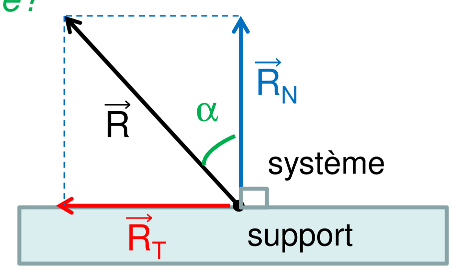
On distingue deux cas de figures de contact

a) <u>Contact sans frottement</u>

Alors $\vec{R} \perp$ support, la réaction est normale au support s'il n'y a pas de frottement

Ex : système posé sur une table. Quelle est la réaction de la table?

<u>b) Contact avec frottements, modèle de Coulomb</u>



Dans ce cas, le support exerce une réaction $\vec{R}$ plus ou moins Inclinée. On peut décomposer en deux : $\boxed{\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T}$

- $\vec{R}_N$ est la **composante normale** de $\vec{R}$, $\perp$ support
- $\vec{R}_T$ est la **composante tangentielle** de $\vec{R}$, // support,
- $\vec{R}_T$ est c'est la force de **frottements solides**

Ces deux composantes ont des normes proportionnelles. On peut définir pour le support un coefficient de frottement λ (ou μ) tel que $\boxed{\lambda = \dfrac{R_T}{R_N} \text{ ou } R_T = \lambda\, R_N}$ λ entre 0 et 1

Lien entre λ et l'angle α ?

(Attention, ne pas écrire $\vec{R}_T = \lambda\, \vec{R}_N$!!) Pourquoi ?)

S'il n'y a pas de frottement, $\lambda = 0$ on retrouve $R_T = 0$, $\vec{R} = \vec{R}_N$, la réaction est normale.

❑ De quoi dépend λ?

- Le coefficient de frottement dépend de l'état des surfaces en contact

Exemple pour le coefficient de frottement d'une route :

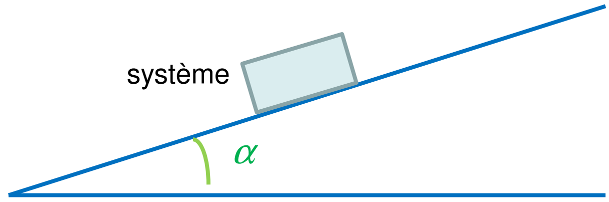
$\lambda_{\text{route sèche}} > \lambda_{\text{route mouillée}} >> \lambda_{\text{route verglacée}}$ Une voiture ne doit pas glisser mais rouler, mieux vaut un important coefficient pour ça !

Pour modéliser les frottements solides, on va distinguer <u>deux cas, selon que le système est statique ou en mouvement.</u>

❑ <u>Cas n°1- Adhérence au support, frottements statiques</u>

Dans ce cas, le système est immobile par rapport au support, il adhère au support

Exemple ci-contre : système = solide immobile sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Faire un bilan des forces, représenter la réaction $\vec{R}$ et exprimer la force de frottement



Le coefficient de frottement statique est noté λ_s ou μ_s

Si on fait varier l'angle, le même système peut-il tenir en équilibre sur le même support?

Le coefficient de frottement est-il constant?

Le **coefficient d'adhérence** est la valeur maximale de λ_s

❑ <u>Cas n°2- glissement sur le support, frottements dynamiques</u>

Dans ce cas, le système glisse en restant en contact avec le support

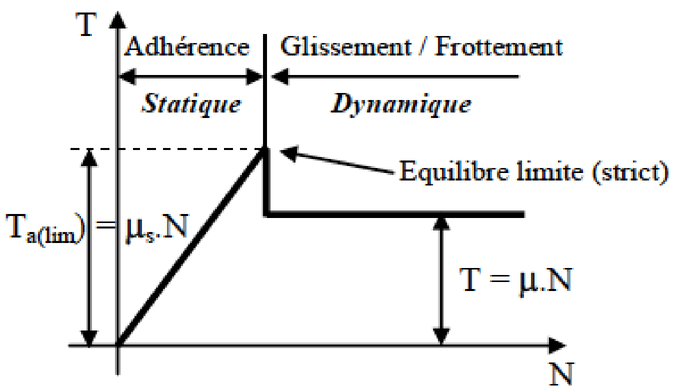
On constate facilement qu'il est plus difficile de faire glisser un objet immobile que d'entretenir le mouvement (dans les deux cas, on doit compenser les frottements en poussant l'objet). Le coefficient de frottement dynamique est constant, noté λ_d

- *Si on veut faire glisser un carton posé sur le sol, il faut pousser fort pour le faire bouger et moins fort ensuite quand il glisse.*
- *Exemple de coefficient de frottement statique ou dynamique:*

Pneu / route sèche	*coefficient d'adhérence = 0,8*	$\lambda_d = 0,5$
Pneu / route mouillée	*coefficient d'adhérence = 0,5*	$\lambda_d = 0,35$
Acier / glace	*coefficient d'adhérence = 0,02*	$\lambda_d = 0,02$

Commentaire :

Ci-contre, pour illustrer, la norme de la composante tangentielle T (= R_T) et fonction de la réaction normale N (= R_N)



Conclusion du § / dans tous les cas, que ce soit avec ou sans frottement, le contact avec un support est caractérisé par l'existence d'une force de réaction. Cette force « s'adapte » au système, d'où son nom de « réaction »

Condition de contact entre le système et le support : $\vec{R} \neq \vec{0}$ **si contact**

Condition de décollage du système : $\vec{R} = \vec{0} \Leftrightarrow R = 0$ **si non contact**

- *Si le système est un avion sur une piste,* ***R=0*** *au moment où il décolle.*

5- Système en mouvement dans un fluide, frottements fluides

Si le système est en mouvement à une vitesse $\vec{v}$ dans un fluide (gaz ou liquide), le fluide exerce alors une force de frottements $\vec{f}$ qui s'oppose au mouvement et dont l'intensité augmente avec v.

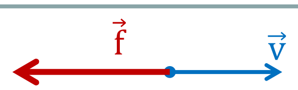
- $\vec{f}$ est donc dirigée en sens opposé à $\vec{v}$
- f augmente si v augmente

Origine : pour se déplacer, le système doit « écarter » les molécules de fluide qui sont sur son trajet.

La force de frottement dépend aussi :

- *Du fluide : il y a plus de frottement dans l'eau que dans l'air, dans le miel que dans l'eau*
- *De la forme de l'objet et de son orientation: quand on bouge la main dans l'eau, on en prend bien conscience ! De même, la forme des voiture est optimisée en soufflerie pour les rendre plus aérodynamiques*
- *De la température : la viscosité diminue si la température augmente*

À retenir :



On **modélise** les frottements fluides de deux façons

❑ **Modèle 1= modèle laminaire** : frottements proportionnels à la vitesse, au programme

Alors $\boxed{\vec{f} = -\alpha\,\vec{v}}$ ou $f = +\alpha.v$ avec α un coefficient de frottement constant

Dim (α) = USI :

❑ Modèle 2, hors programme, la formule peut être fournie si besoin

Dans ce modèle, $f = \beta\, v^2$ avec β un coefficient constant

Dim(β) = USI :

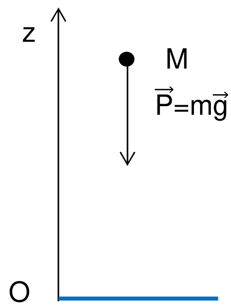
A faible vitesse, dans un gaz, on peut généralement négliger les frottements. Le modèle 1 est valide pour des « petites » vitesses et le modèle 2 pour des « grandes » vitesses.

Conclusion : méthode à appliquer dans un exercice de dynamique

- Bien définir le système et le référentiel. Choisir un repère adapté (*si l'énoncé ne l'a pas fait*)
- Faire une liste complète des forces appliquées, avec nom et schéma *(donne la direction)*
- Par la 2e loi de Newton, exprimer successivement accélération, vitesse et position

Applications dans le champ de pesanteur

1- Chute libre en absence de frottements



Référentiel : terrestre considéré comme galiléen.
Système : projectile ponctuel de masse m.
Forces appliquées : poids :
Loi : *(1)*
Repère : coordonnées cartésiennes : l'axe Oz vertical vers le haut
Mouvement rectiligne vers le bas

- Conditions initiales : à t = 0 , M_0 est sur l'axe z à la hauteur h, vitesse initiale $\vec{V_0} = \vec{0}$

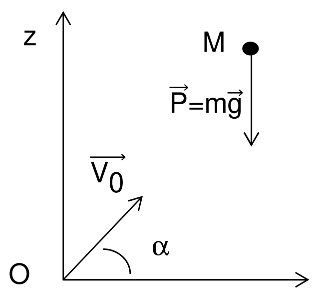
Projection de *(1)* sur Oz : $a_z =$
Vitesse : v_z v_z est négatif ici, v(t) =

Position : z =

On peut évaluer la durée de chute τ : à la fin du mouvement z = $\Rightarrow \tau =$

Vitesse en fin de mouvement : $v_z =$ v =

2- Mouvement d'un projectile avec vitesse initiale, sans frottement



Même système que précédemment, on change juste les conditions initiales

- Conditions initiales :

A t = 0 M_0 coïncide avec le point O, la vitesse $\vec{V_0}$ fait un angle α avec l'axe Ox. On choisit l'axe Ox pour que $\vec{V_0}$ soit dans le plan xOz

Par *(1)* : $\vec{a} \begin{cases} \ddot{x} = \\ \ddot{y} = \\ \ddot{z} = \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} \dot{x} = \\ \dot{y} = \\ \dot{z} = \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \begin{cases} x= \\ y = \\ z= \end{cases}$

La trajectoire est plane, elle est dans le plan $(\vec{g}, \vec{v_0}) = (xOz)$.
En éliminant le temps entre les deux équations x(t) et z(t) on obtient l'équation de la trajectoire dans le plan xOz :

t = $\Rightarrow$ z =

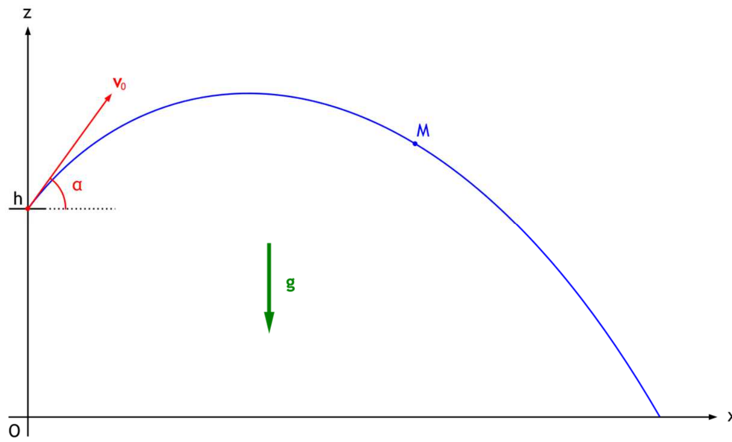
On peut calculer l'altitude maximale : $z_m = (V_0 \sin\alpha)^2 / 2g$ *par quel outil?*

On peut calculer la portée du projectile, c'est le point de chute $z = 0$ et le temps au bout duquel le projectile touche le sol. Vérifier que

$x_p = 2(V_0 \cos\alpha)^2 \tan\alpha / g = V_0^2 \sin 2\alpha / g$

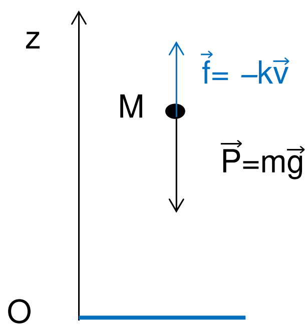
et $t_p = 2V_0 \sin\alpha / g$

Autres conditions initiales ci-contre : le point est initialement à l'altitude z_0=h. Qu'est-ce que ça change?



3- Chute libre avec prise en compte des frottements fluides

Référentiel : terrestre considéré comme galiléen.
Système : projectile ponctuel de masse m.
Forces appliquées : poids : $\vec{P}$=
frottements = résistance de l'air $\vec{f}$ =
Loi de Newton : *(1)*



Repère : coordonnées cartésiennes, axe Oz verticale vers le haut
Conditions initiales : à $t = 0$, M_0 est sur l'axe z à la hauteur h,
vitesse initiale $\vec{V_0} = \vec{0}$

Projection de *(1)* sur Oz :

Ici, a_z et v_z sont négatifs, a = et v = $\Rightarrow$ $$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = + g$$

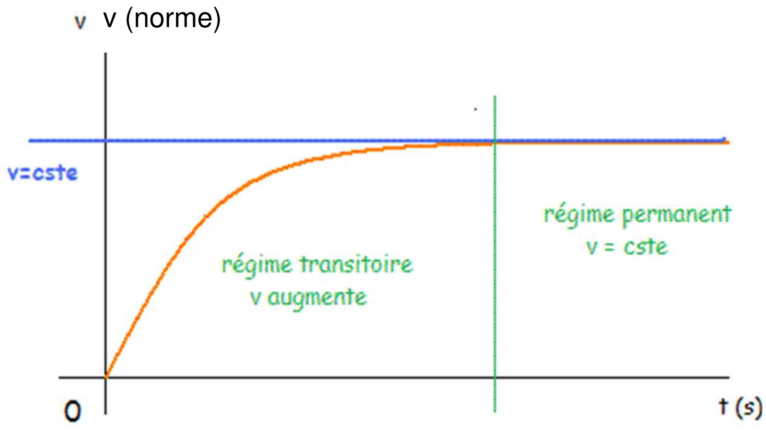
C'est une équation différentielle bien connue, on pose une constante de temps τ =
Résolution :

Analyse plus qualitative du mouvement :
La particule est soumise à deux forces le poids dirigé vers le bas, dans le même sens que le mouvement et la force de frottement qui s'oppose au mouvement et proportionnelle à la vitesse.
Au début la vitesse est nulle, la particule chute de plus en plus vite. La force de frottement augmente avec v jusqu'au moment où elle va compenser le poids.
On atteindra alors une **vitesse limite $\vec{v}_L$** telle que : $m\vec{g} - k\vec{v}_L = \vec{0}$

en projetant : $kv_L = mg$ soit $v_L = \frac{m}{k}g$ en norme, la vitesse étant dirigée vers le bas.

On retrouve ici v_L sans passer par l'équation différentielle.
Le mouvement devient alors rectiligne et uniforme.

Allure de la vitesse en fonction du temps



Pour avoir la position z(t) du système:
$\frac{dz}{dt} = v_z =$

On intègre :
z(t) =

Condition initiale : z(0) = h =

D'où z(t) =

Question : Combien de temps faut-il avant d'avoir une vitesse constante?

4- Propulsion d'une fusée

Une fusée est propulsée vers le haut en éjectant du gaz. Le gaz est éjecté à la vitesse constante $\vec{u}$ par rapport à la fusée, avec un débit massique **D**. La vitesse de la fusée dans le référentiel terrestre est $\overrightarrow{v(t)}$
Problème, on ne peut pas étudier le système fusée au cours du temps dans ce cas car

On choisit d'étudier le système suivant :
- À l'instant t, la fusée et le gaz qu'elle contient, de masse totale m(t)
- A l'instant t + dt, deux « morceaux » = la fusée + le gaz éjecté pendant dt

Schémas *à t* *à t + dt*