

## Extrait G2E, environ ¼ d'un sujet de 3h

### 3. ÉTUDE D'UNE BULLE DE GAZ

Dans la piscine du stade nautique, il existe une fosse à plongée dédiée à l'entraînement des plongeurs sous-marins.

Au fond de la fosse, de profondeur  $H = 10$  m, ouverte à la pression atmosphérique  $P_0$ , se forme une bulle de gaz, supposé parfait, de masse volumique  $\mu_0$ , non soluble dans l'eau.

On désigne par  $g$  l'accélération de la pesanteur et par  $\mu$  la masse volumique de l'eau.

Lors de sa montée la force de frottement que subit la bulle est  $\vec{F}_f = -6 \pi \eta R \vec{v}$  où  $R$  désigne le rayon de la bulle,  $\eta$  la viscosité dynamique de l'eau et  $\vec{v}$  la vitesse de la bulle.

On suppose dans un premier temps que le volume de la bulle reste constant.

- 3.1. Écrire l'équation dynamique de la bulle, en projection sur l'axe Oz (ascendant vertical).
- 3.2. Simplifier l'équation obtenue précédemment dans le cas où  $\mu \gg \mu_0$ .
- 3.3. Montrer que la bulle atteint une vitesse limite, notée  $v_\infty$  que l'on exprimera en fonction des données du problème. Calculer  $v_\infty$  sachant que  $\mu g = 10^4$  SI ;  $\eta = 1$  mPa et  $R = 1$  mm.
- 3.4. Exprimer la durée  $T$  de la montée jusqu'à la surface libre, en admettant que la vitesse limite est atteinte très rapidement.
- 3.5. Dans la suite, on tient compte du changement de taille de la bulle au cours de sa montée.
  - 3.5.1. Donner l'expression de la pression  $P_A$  du gaz dans la bulle quand elle se forme au fond de la fosse au point A.
  - 3.5.2. En déduire la pression  $P(z)$  du gaz dans la bulle lorsqu'elle atteint la côte  $z$  en fonction de  $P_A$ ,  $\mu g$  et  $z$ .
  - 3.5.3. En supposant que la température du gaz reste constante lors de la montée, donner l'expression du volume de la bulle  $V(z)$ , en fonction de  $P_A$ , du volume initial  $V_A$  et de  $P(z)$ .
  - 3.5.4. En déduire l'expression du rayon  $r(z)$  de la bulle en fonction de  $R$ ,  $P_A$ ,  $\mu g$  et  $z$ .
- 3.6. On admet qu'à chaque instant la bulle se déplace à la vitesse  $v_\infty(z)$ .  
Donner l'expression de  $v_\infty(z)$  en fonction de  $v_\infty$ ,  $P_A$ ,  $\mu g$  et  $z$ .
- 3.7. Montrer que la durée  $T'$  de la montée de la bulle s'écrit :  $T' = \frac{3}{5} T \left[ \frac{1 - x^{\frac{5}{3}}}{1 - x} \right]$  avec  $x = P_A/P_0$ .

indications :

- 3.1. « l'équation dynamique » demandée est la projection selon Oz de la deuxième loi de Newton
- 3.4. supposer que la montée se fait à vitesse constante (= vitesse limite)
- 3.5.1. la pression dans la bulle est la même que celle de l'eau environnante
- 3.5.4.  $R$  est le rayon initial de la bulle
- 3.7. il se peut que  $x = P_0/P_A$