

1. a) La lampe est éteinte donc $\Rightarrow$ (nécessaire ∞ = interruption)



b) On a $i(t) = C \frac{dV}{dt}$ et $E = R i + V(t)$

d'où $E = RC \frac{dV}{dt} + V(t)$

c) Solution : $V(t) = V_{exp}(-\frac{t}{\tau}) + E$

car on a $V(0) = 0$

$\hat{a} \ t=0, V(0)=0 = V(0^+) = K + E \Leftrightarrow K = -E$

car on a $V(0^+) = E(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$

d) La lampe s'allume quand $V(t) = U_a$

$\Rightarrow U_a = E(1 - \exp(-\frac{t_a}{\tau})) \Leftrightarrow \exp(-\frac{t_a}{\tau}) = \frac{E - U_a}{E} \Leftrightarrow -\frac{t_a}{\tau} = \ln(\frac{E - U_a}{E})$

$\Leftrightarrow t_a = \tau \ln \frac{E}{E - U_a}$

e) La puissance reçue par C est $V(t) i(t) = C V \cdot \frac{dV}{dt} = \tau \frac{d}{dt} (\frac{1}{2} C V^2)$

l'énergie reçue par C pendant dt est $dE_C = \tau \cdot d(\frac{1}{2} C V^2) = C V dV$

Entre $t=0$ et t_a , la condensation a reçu l'énergie $E_C = \int_0^{t_a} C V dV = C [\frac{1}{2} V^2]_0^{U_a}$

$E_C = \frac{1}{2} C U_a^2$ AN: $E_C = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 90^2 = 4,05 \cdot 10^{-3} J$

2. a) $t' = t - t_a$ t_a est la nouvelle origine du temps. Le temps propre t'

b) Circuit à 2 mailles



On applique donc : $i = i_1 + i_2$ pour avoir l'équation en V et $\frac{dV}{dt}$

On exprime chaque inconnue

$\begin{cases} i_1 = C \frac{dV}{dt} \\ V = R i_2 \end{cases} \Rightarrow i_2 = \frac{V}{R}$

$\Rightarrow i = \frac{E - V}{R}$

On obtient $\frac{E - V}{R} = C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} \Leftrightarrow \frac{E}{R} = V' + \frac{1}{\tau} V + C \frac{dV}{dt}$

$\Leftrightarrow V'(t) + \frac{R + \tau C}{\tau R} V(t) = \frac{E}{R}$

c) $\tau \ll R$ d'où $R + \tau C \approx R \Rightarrow \frac{R + \tau C}{R} \approx 1$

et $\frac{E \tau}{R} \approx \frac{E \tau}{R}$

d'où $V(t) + \tau C \frac{dV}{dt} = \frac{E \tau}{R}$

d) Solution : $V(t) = \frac{E \tau}{R} + K' \exp(-\frac{t}{\tau})$ avec $K' = \text{const}$

$\hat{a} \ t'=0, V(0) = U_a = \frac{E \tau}{R} + K' \Rightarrow K' = U_a - \frac{E \tau}{R}$

$V(t) = \frac{E \tau}{R} + (U_a - \frac{E \tau}{R}) \exp(-\frac{t}{\tau})$ ou $U_a \exp(-\frac{t}{\tau})$ si on néglige $\frac{E \tau}{R}$

Rem $\frac{E \tau}{R} = \frac{120 \times 1}{3 \cdot 10^5} = 4 \cdot 10^{-4} V$, et $\ll U_a$ (2 ordres de grandeur)

e) La lampe s'allume quand $V(t') = U_a$ à $t' = t_a$

d'où $U_a = U_a \exp(-\frac{t_a}{\tau}) \Leftrightarrow -\frac{t_a}{\tau} = \ln \frac{U_a}{U_a}$

$\Leftrightarrow t_a = \tau \ln \frac{U_a}{U_a}$ AN $t_a = 1 \times 10^{-6} \ln \frac{90}{70} = 2,5 \cdot 10^{-7} s$ C'est très bref

3. a) C'est le circuit et l'équation différentielle du 1) (lampe éteinte) On prend comme origine des temps t' à $t=0$ $V(0) = U_a$ (= début de l'extinction)

On a la solution $V(t) = K' \exp(-\frac{t}{\tau}) + E$ $K' = U_a - E$

d'où $V(t) = (U_a - E) \exp(-\frac{t}{\tau}) + E$

On cherche à quel instant t_1 la lampe s'allume à nouveau $\Rightarrow$ à $t = t_1, V(t_1) = U_a = (U_a - E) \exp(-\frac{t_1}{\tau}) + E$

On trouve $t_1 = \tau \ln \left(\frac{E - U_a}{E - U_a} \right)$ AN: $t_1 = 1,02 s$

(*) Nouvelle origine

b) La période $T = \text{durée de l'éclat} + \text{intervalle entre 2 allumages}$

soit $T = t_e + t_1$

A noter : $t_e \ll t_1$ ou $\tau' \ll \tau \Rightarrow T \approx t_1 = 1,02 \mu s \approx 1 \mu s$

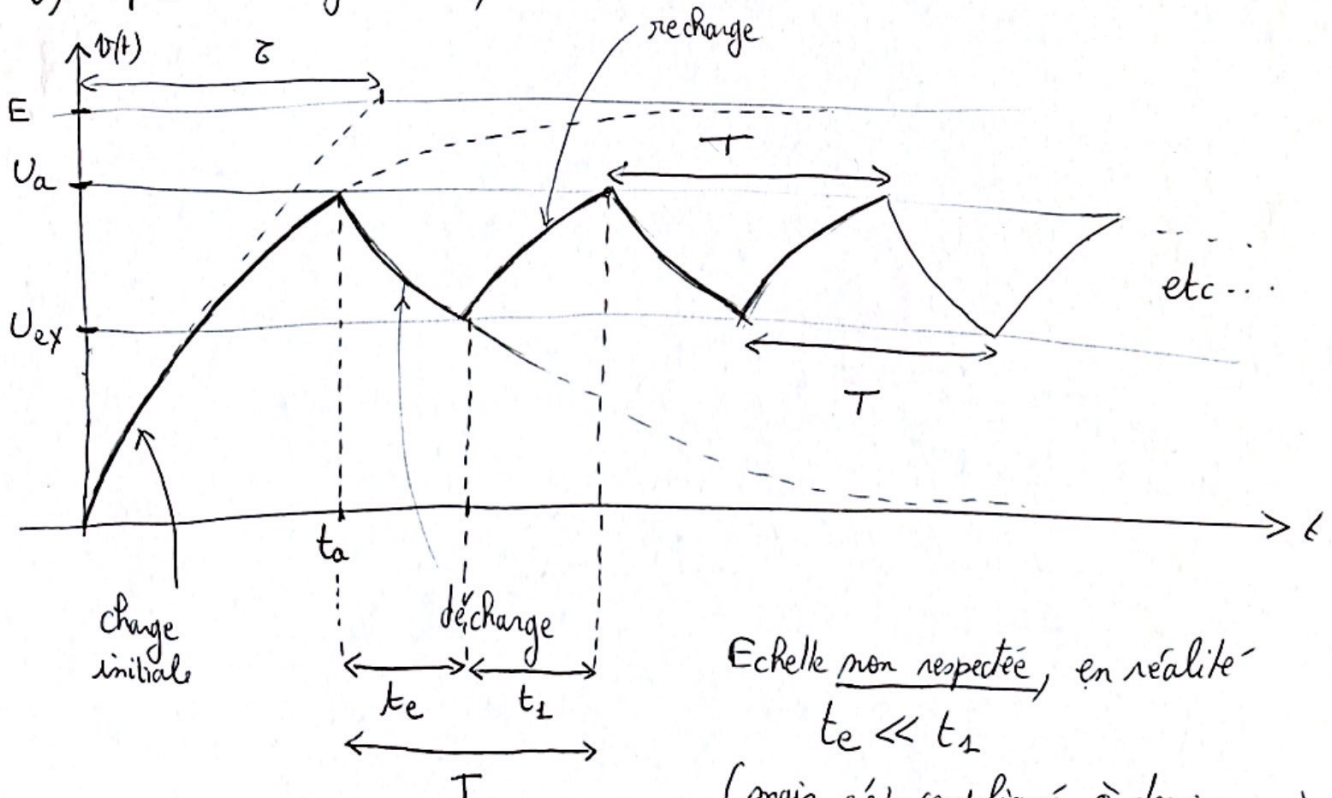
La lampe émet environ 1 éclat (très bref) par seconde

c) Les éclats durent seulement $2,5 \cdot 10^{-7} s$ pendant que le condensateur se décharge. Ensuite, le condensateur se recharge pendant $\approx 1 \mu s$ (quasiment tout le temps)

L'énergie mise en jeu est la même pendant la charge et la décharge, c'est $\frac{1}{2} C (U_a^2 - U_{ex}^2)$ quand $V(t)$ passe de U_a à U_{ex} ou de U_{ex} à U_a

MAIS si la décharge est très brève, la puissance est très importante $\Rightarrow$ le flash est très puissant. Il peut être vu de loin et par temps de brouillard.

d) Après la charge initiale, $V(t)$ va osciller entre U_{ex} et U_a



Echelle non respectée, en réalité $t_e \ll t_1$ (mais c'est compliqué à dessiner...)

En respectant un peu plus :

