Cinématique

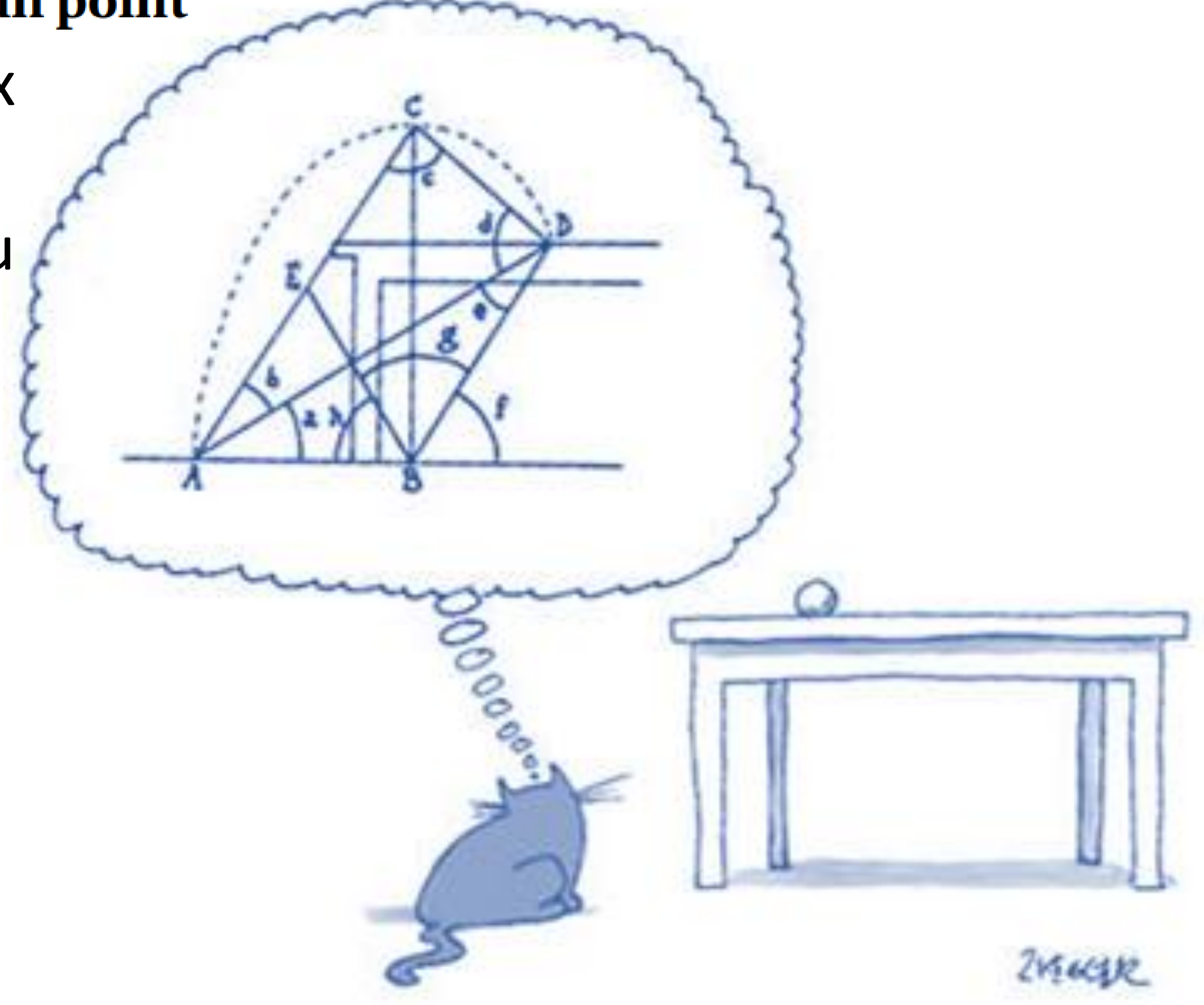
La cinématique
est l'étude du mouvement indépendamment des causes qui le provoquent (Attention grand besoin des Maths!!)

Second semestre

Thème M – mouvements et interactions

M.1 Description et paramétrage du mouvement d’un point

Cette partie a pour objectif de permettre aux étudiants de disposer d’outils efficaces pour décrire le mouvement d’un point matériel ou d’un système matériel. Les mouvements étudiés se limitent à ceux qui peuvent être efficacement décrits au moyen de coordonnées cartésiennes. Il convient de familiariser progressivement les étudiants avec les projections et les dérivations de vecteurs, ainsi qu’avec l’algébrisation des grandeurs dans un contexte relevant de la physique.

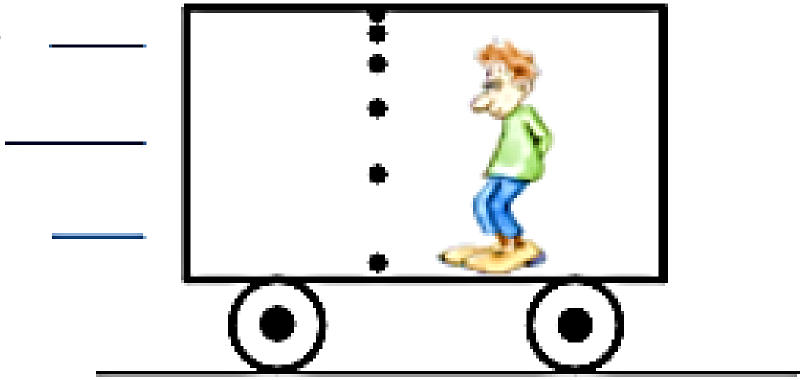


Notions et contenus	Capacités exigibles
Repérage dans l'espace et dans le temps Espace et temps classiques. Notion de référentiel. Caractère relatif du mouvement.	Choisir un référentiel adapté à la description du mouvement étudié.
Cinématique du point Description du mouvement d'un système par celui d'un point. Vecteurs position, vitesse et accélération. Système des coordonnées cartésiennes.	Exprimer, à partir d'un schéma, le déplacement élémentaire et en déduire géométriquement les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes. Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes.
Mouvement rectiligne uniformément accéléré.	Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré.
Mouvement de vecteur accélération constant.	Établir l'expression de la vitesse et de la position en fonction du temps. Déterminer la vitesse en une position donnée. Obtenir l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
	Réaliser et exploiter quantitativement un enregistrement vidéo d'un mouvement : évolution temporelle des vecteurs vitesse et accélération.

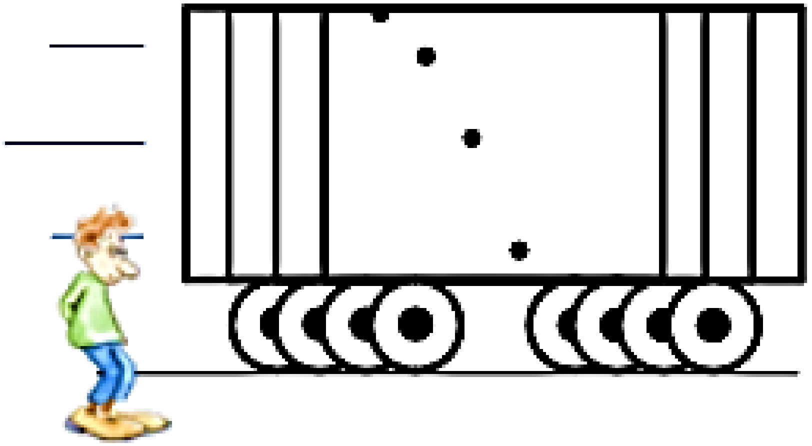
Référentiels et repères

Le référentiel est un solide qui sert de référence pour décrire le mouvement d'un point d'un autre solide.

Exemple : une balle est lâchée dans un wagon qui est en mouvement par rapport à la gare.



Pour l'observateur dans le wagon le mouvement de la balle est rectiligne.



Pour l'observateur sur le quai la trajectoire de la balle est curviligne.

La trajectoire, la vitesse et l'accélération d'un point dépendent du référentiel.

A un référentiel sont associés :

- Un repère d’espace (à une, deux ou trois dimensions) qui donne la position d’un point;

- Un repère de temps : une horloge permet de mesurer le temps qui s’écoule entre 2 dates, un instant est aussi choisi comme origine des dates.

Pour un référentiel donné, il existe une infinité de repères différents, il faut choisir le plus adapté à la situation étudiée.

Exemples de référentiels

❑ Référentiel de Copernic (ou héliocentrique) :

- origine C confondue avec le centre d'inertie du système solaire ;
- axes orthonormés dirigés vers trois étoiles fixes (semblant fixes car très éloignées du système solaire) Cxc, Cyc, Czc

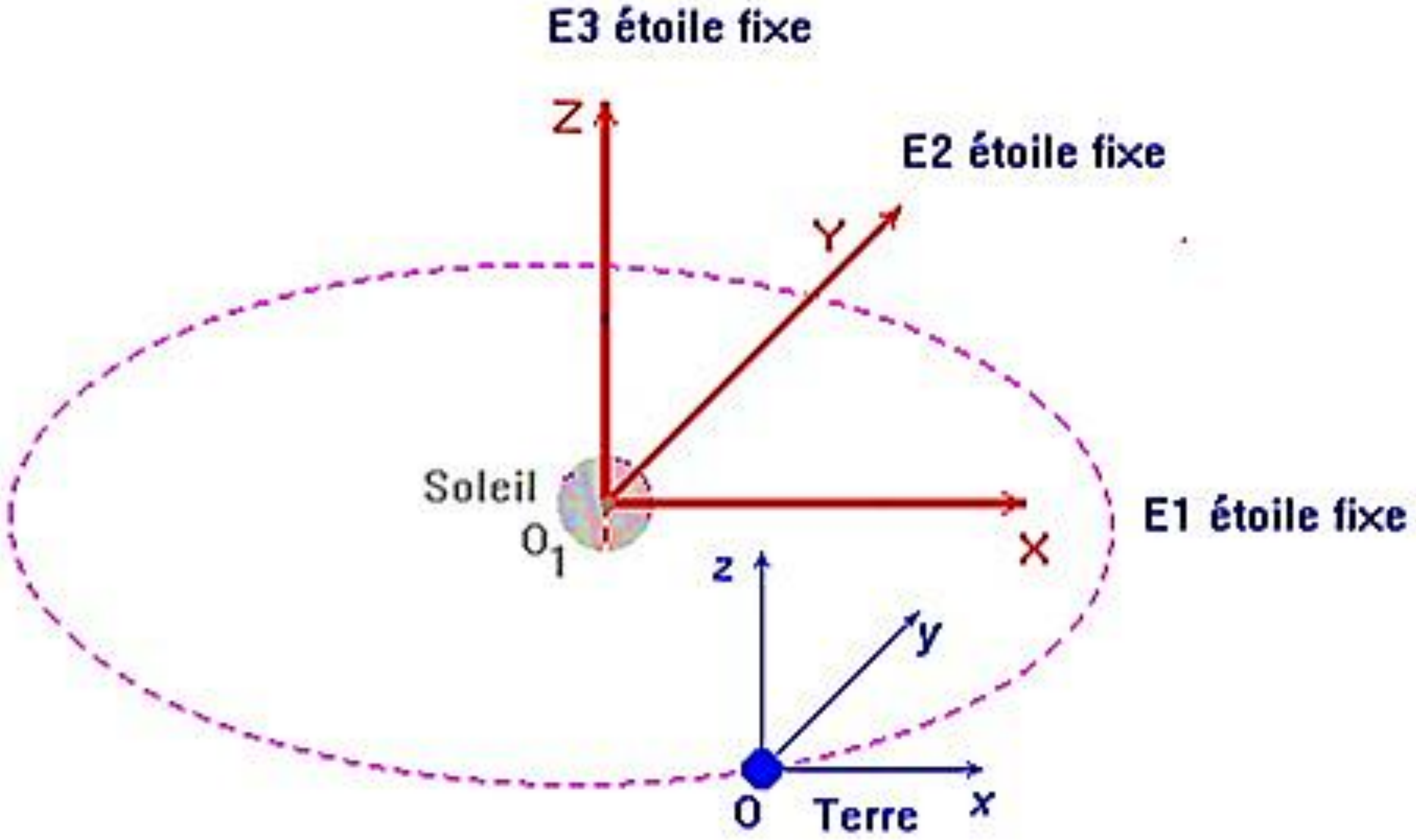
❑ Référentiel géocentrique :

- origine O : centre de la terre
- axes dirigés vers trois étoiles fixes Oxt // Cxc Oyt // Cyc Ozt // Czc (mêmes directions que ceux de Copernic).

Ce référentiel est en mouvement de translation elliptique par rapport au référentiel héliocentrique.

❑ Référentiel terrestre :

Rotation autour de l'axe polaire avec une vitesse angulaire faible. Translation elliptique plus rotation (rotation de la terre sur elle-même). **Les conséquences de cette faible vitesse angulaire sont alors minimes dans l'étude de mouvements se produisant au voisinage de la terre, sur une durée limitée.**

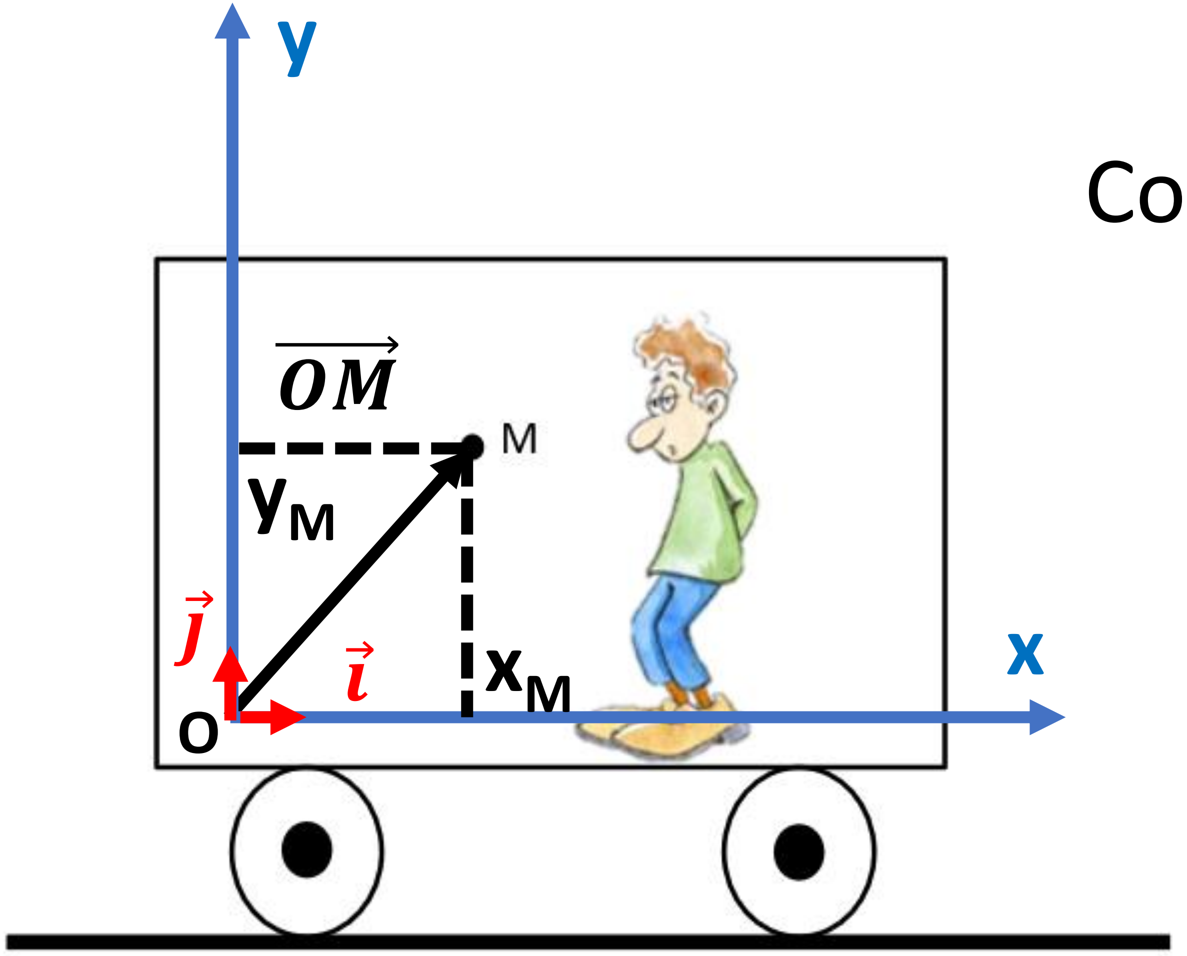

E3 étoile fixe
Z
E2 étoile fixe
Y
Soleil
O_1
E1 étoile fixe
X
z
y
O
Terre
x

Le vecteur position

On étudie le mouvement de la balle par rapport à l'observateur dans le wagon.

A un instant t au cours de la chute, la balle est en un point M.

On munit l'espace d'un repère $\{O, \vec{i}, \vec{j}\}$ fixe par rapport à l'observateur.



$$\overrightarrow{OM} = x_M\vec{i} + y_M\vec{j}$$

Coordonnées cartésiennes en 2D

A tout instant t :

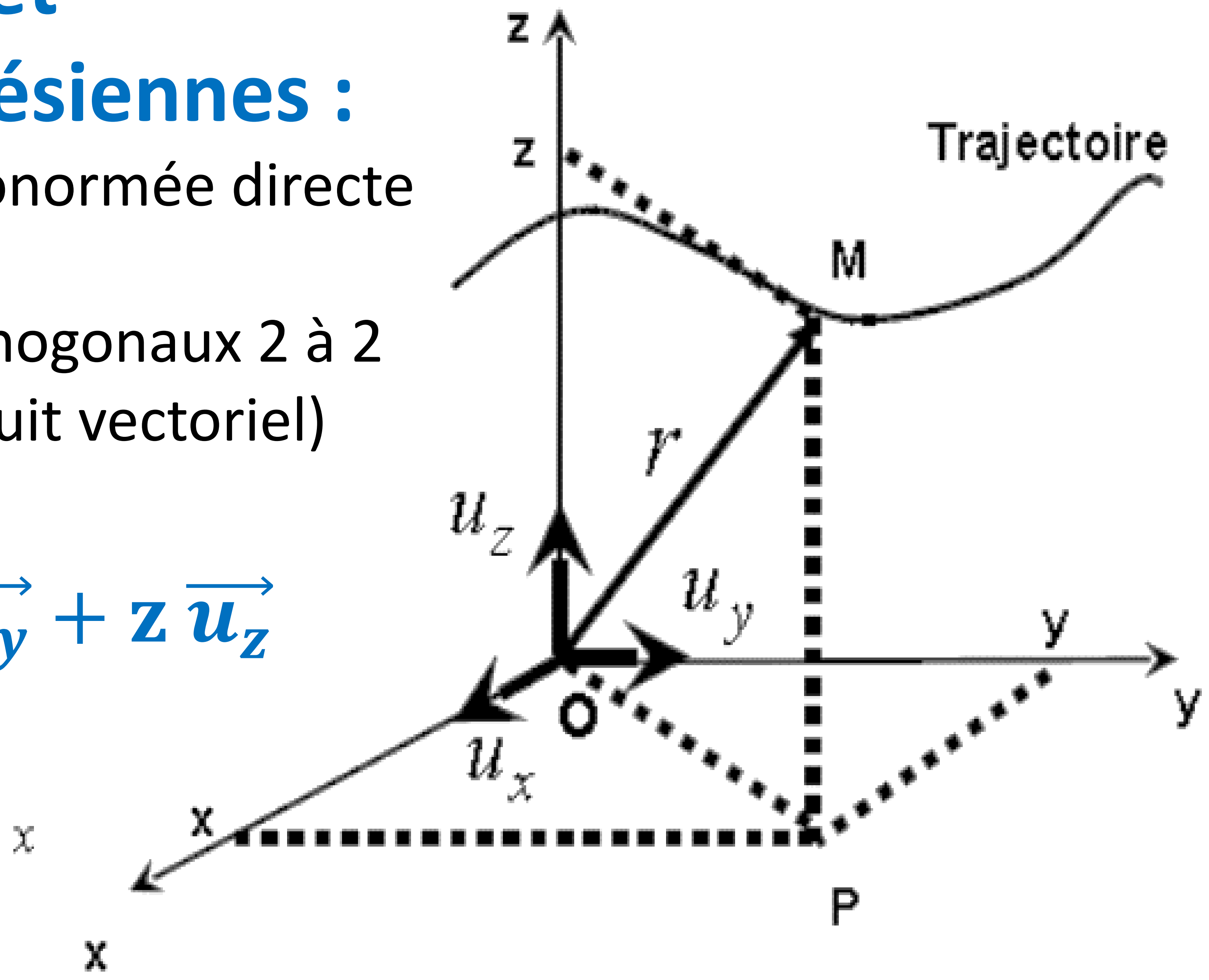
$$\mathbf{\overrightarrow{OM} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}}$$

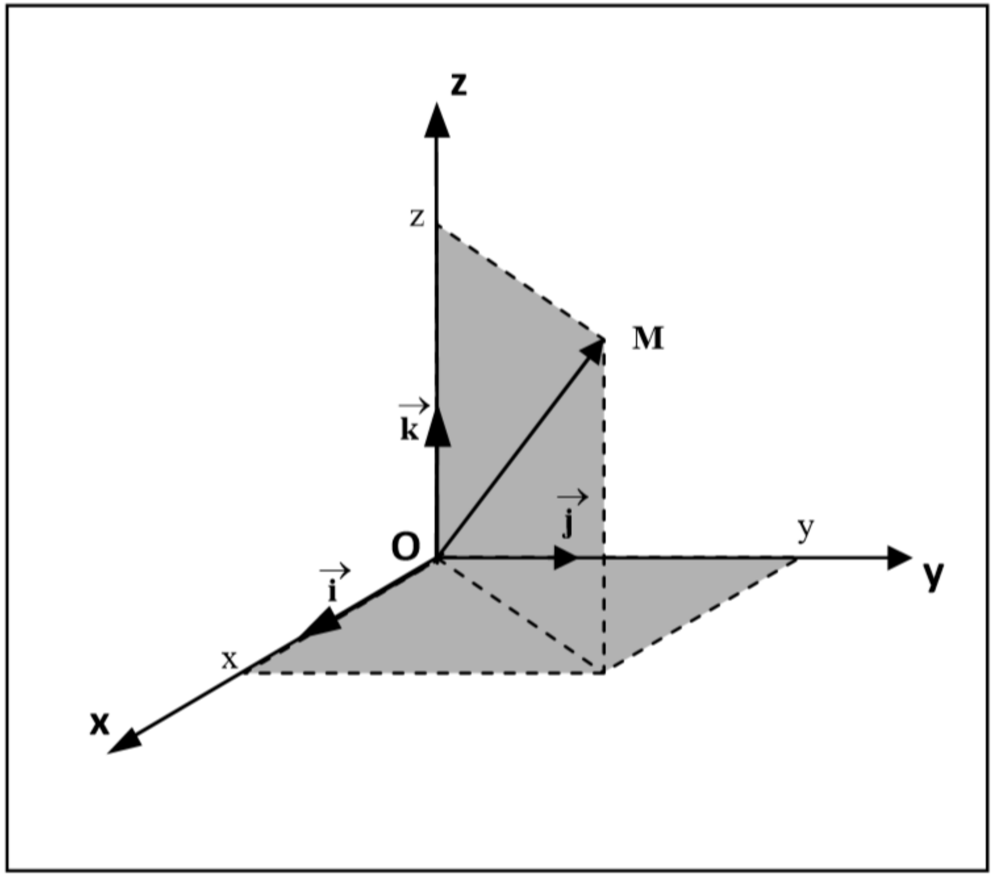
Repère cartésien et coordonnées cartésiennes :

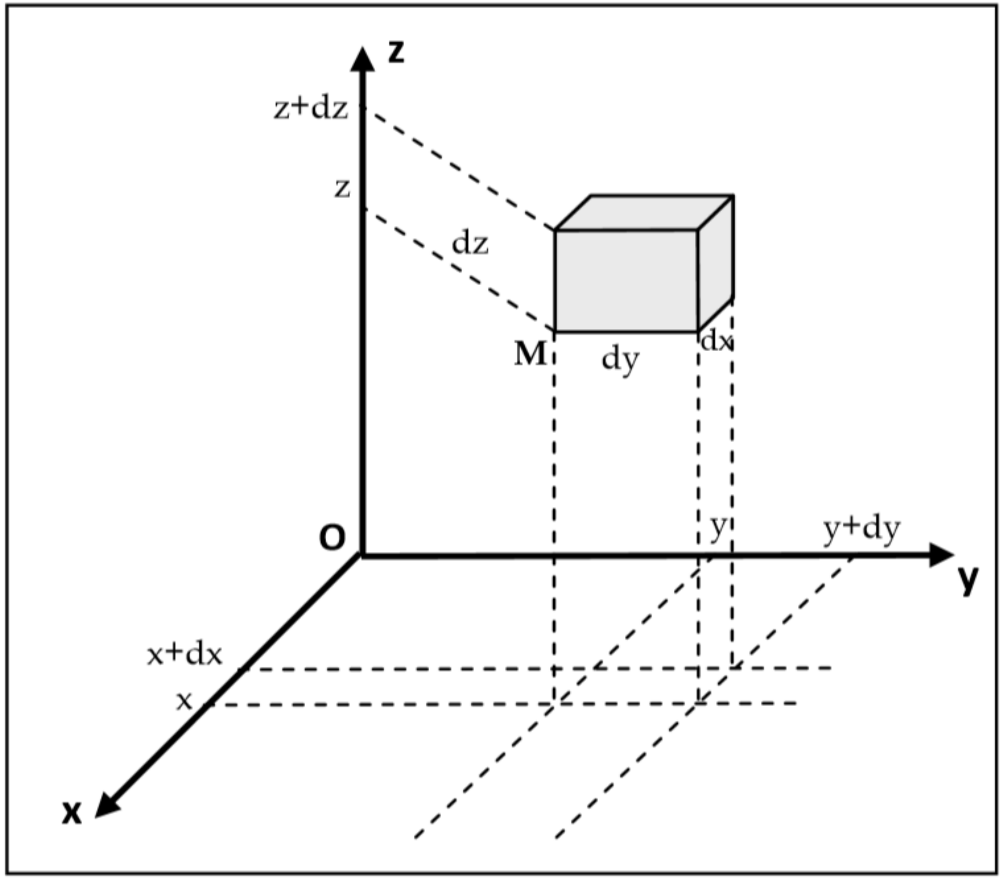
On utilise une base orthonormée directe (**BOND**) :

- Vecteurs unitaires orthogonaux 2 à 2
- $\overrightarrow{u_x} \wedge \overrightarrow{u_y} = \overrightarrow{u_z}$ ($\wedge$ produit vectoriel)

$$\boldsymbol{\overrightarrow{OM} = x\,\overrightarrow{u_x} + y\,\overrightarrow{u_y} + z\,\overrightarrow{u_z}}$$







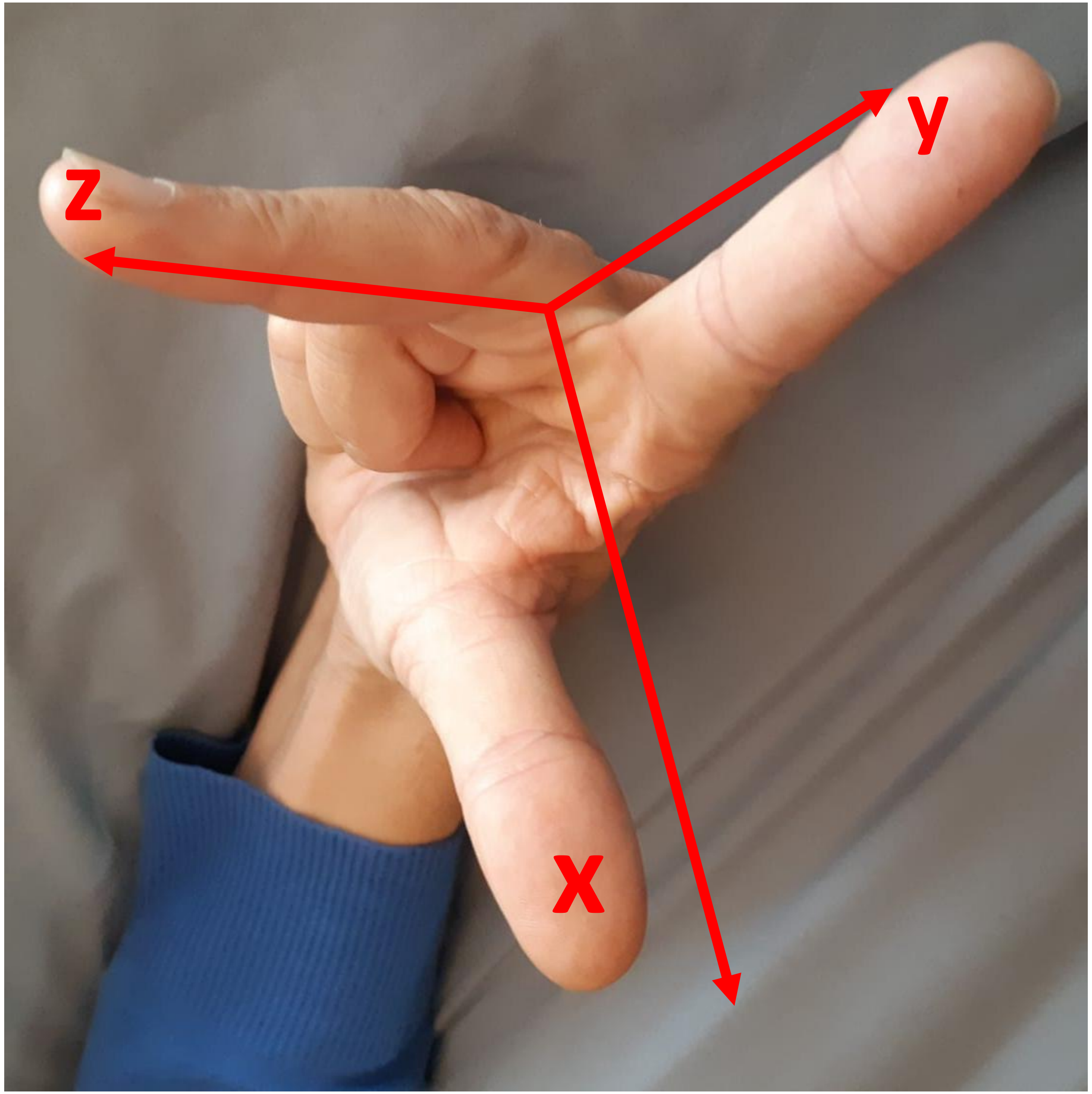
Si seule la coordonnée x varie de dx, le point M se déplace de dx dans la direction Ox dans la direction du vecteur unitaire $\vec{\imath}$; il en serait de même des deux autres coordonnées.

Ces déplacements élémentaires permettent de définir :

- un **vecteur déplacement élémentaire** : $\overrightarrow{d\ell} = d\overrightarrow{OM} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} + dz\vec{k}$

- un **volume élémentaire** : $dv = dxdydz$

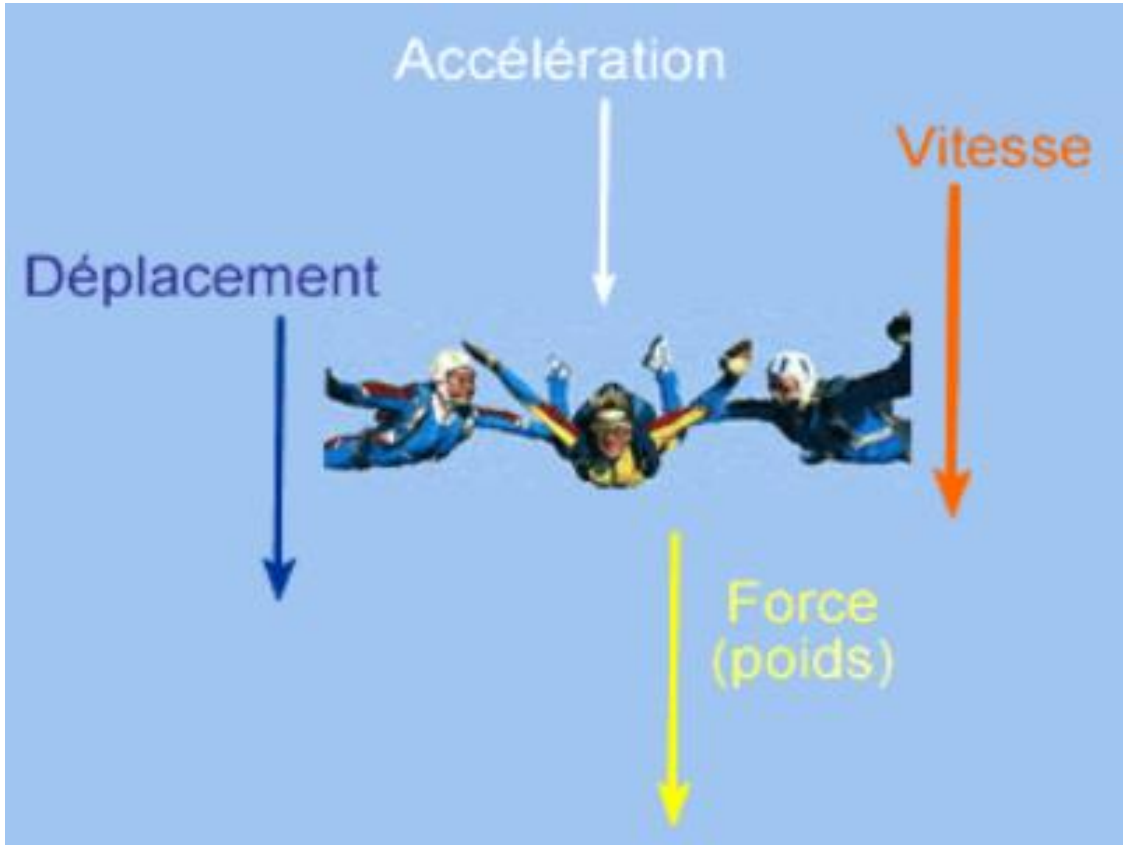
Vecteurs orientés « directement » pour former une BOND



Règle dite de la main droite ou bonhomme d'Ampère

Différence scalaire et vecteur

- Un **vecteur** est une quantité physique qui est spécifié par une grandeur (norme), une direction et un sens.

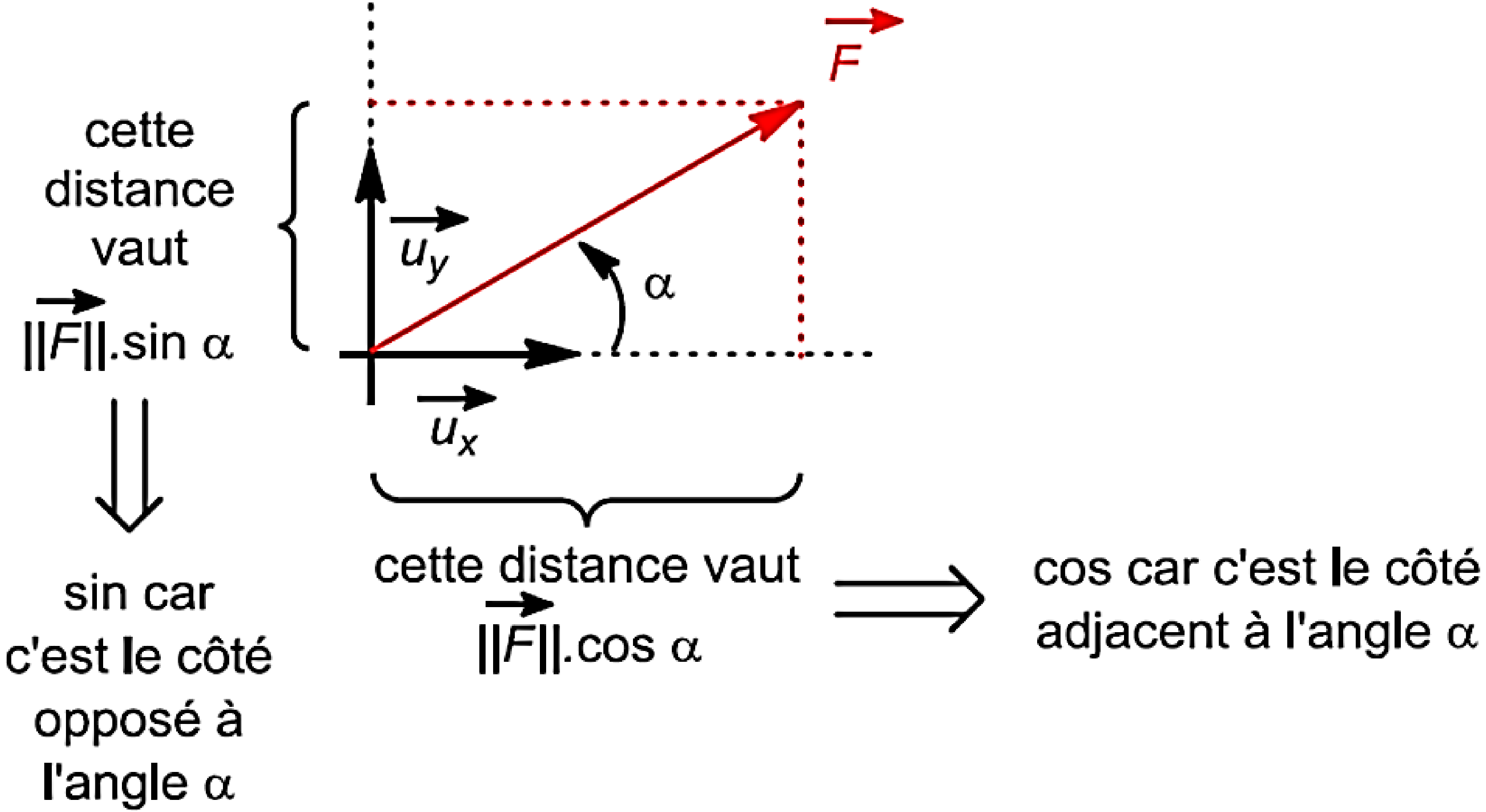


- Un **scalaire** est une quantité physique qui **n'est spécifiée que par sa grandeur**. On peut l'exprimer avec un nombre, suivi ou non d'une unité (1 kg, 30 sec, 3 °C, ...).

Attention : ne jamais confondre une grandeur scalaire et une grandeur vectorielle.

Projection rapide d'un vecteur

La décomposition dans une base est un outil précieux, qu'il faut donc manipuler « les yeux fermés». Un cas courant est de déterminer les coordonnées en fonction de la norme du vecteur et des cosinus et sinus de l'angle formé entre le vecteur et un des vecteurs de la base.



Le temps

En mécanique classique, le temps est une notion absolue, c’est-à-dire indépendante du référentiel d’étude :
deux observateurs liés à des référentiels différents attribuent les mêmes dates aux mêmes événements.

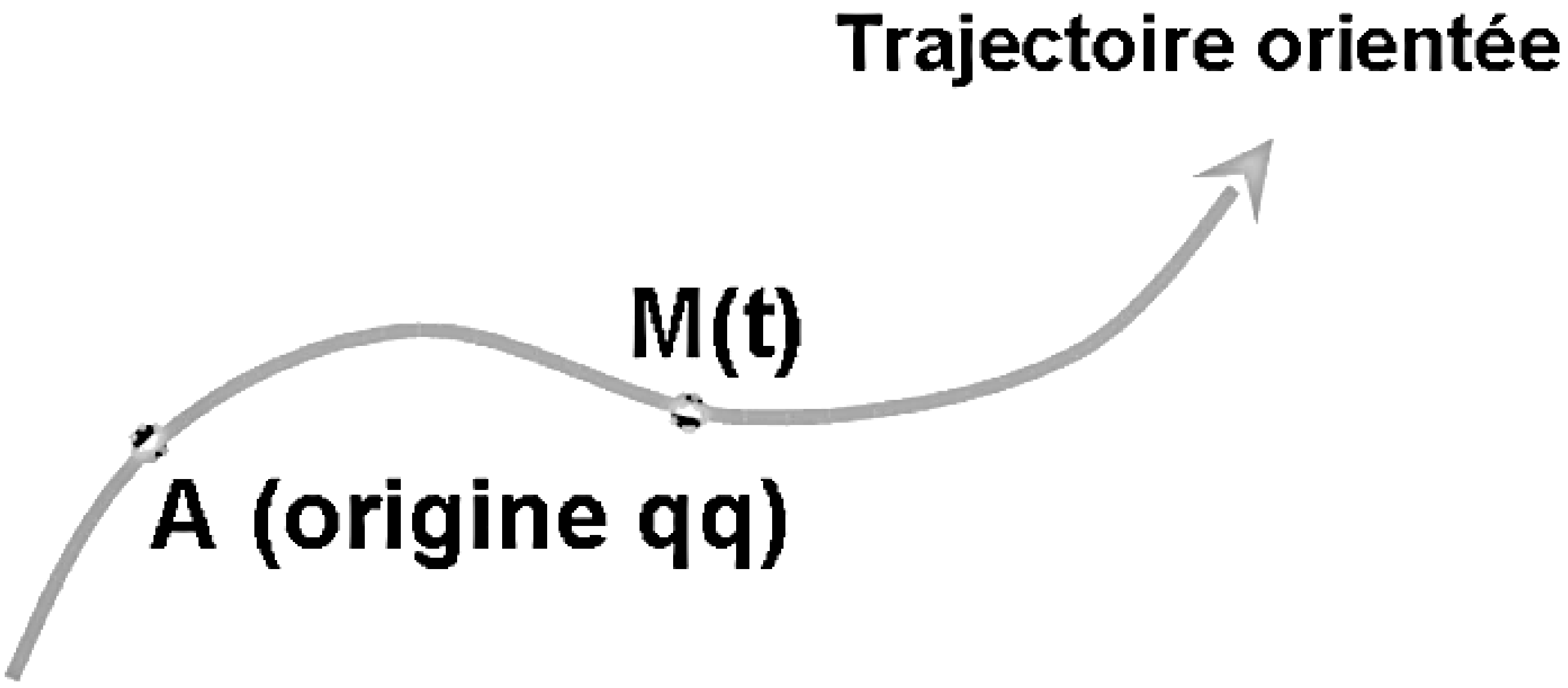
En mécanique relativiste (Einstein, 1905), le temps perd son caractère absolu (phénomène de dilatation des durées).

La trajectoire

L'ensemble des positions occupées par un mobile en fonction du temps est une courbe appelée trajectoire.

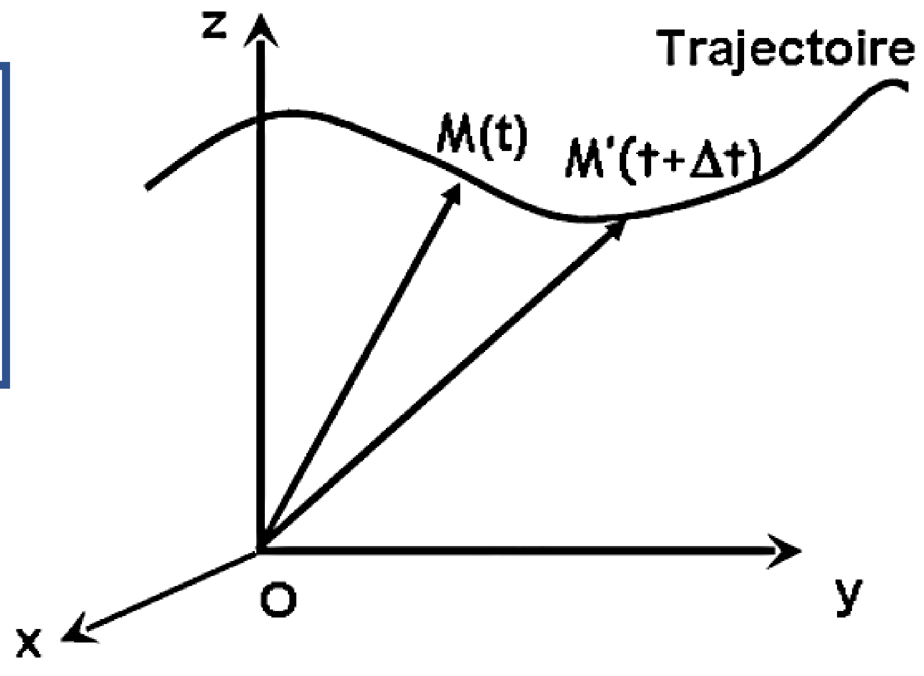
$s = \widehat{AM}$ est l'abscisse curviligne de M.

s(t) est l'équation horaire du mouvement.



Le vecteur vitesse

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



Dérivation temporelle du vecteur $\overrightarrow{OM(t)}$ par rapport au référentiel R (les vecteurs de base cartésiens de R sont supposés constants).

Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire et est dirigé dans le sens du mouvement (d'après la définition mathématique).

Dérivée vectorielle dans un référentiel

Soit une fonction f scalaire définie sur un ensemble E de valeurs de temps t vers un ensemble F :

$$f \;:\; \begin{cases} E \longrightarrow F \\ t \mapsto f(t) \end{cases}$$

la dérivée de f par rapport au temps sur un domaine acceptable est définie par :

$$f'(t) = \dot{f}(t) = \frac{df(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

Pour une fonction vectorielle A, sa dérivée par rapport au temps sur un domaine acceptable est définie par :

$$\overrightarrow{A'}(t) = \dot{\vec{A}}(t) = \frac{d\vec{A}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{\vec{A}(t+\Delta t) - \vec{A}(t)}{\Delta t}$$

Remarque très importante : la dérivée d’un vecteur est un vecteur.

- Si $\vec{A}(t) = \overrightarrow{cste}$ alors $\dfrac{d\vec{A}(t)}{dt} = \vec{0}$
- $\dfrac{d(\vec{A}(t)+\vec{B}(t))}{dt} = \dfrac{d\vec{A}(t)}{dt} + \dfrac{d\vec{B}(t)}{dt}$
- $\dfrac{d(\alpha\vec{A}(t))}{dt} = \alpha\dfrac{d\vec{A}(t)}{dt}$
- $\dfrac{d(f(t).\vec{A}(t))}{dt} = \dfrac{df(t)}{dt}\vec{A}(t) + f(t)\dfrac{d\vec{A}(t)}{dt}$
- $\dfrac{d(\vec{A}(t).\vec{B}(t))}{dt} = \vec{B}(t)\dfrac{d\vec{A}(t)}{dt} + \vec{A}(t)\dfrac{d\vec{B}(t)}{dt}$

Quelle propriété particulière pour un vecteur non constant mais de norme constante non nulle?

$$\|\vec{A}\| = \text{cste} \Rightarrow \|\vec{A}\|^2 = \text{cste}$$

$$\text{Or } \vec{A}.\vec{A} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{A}\| \times \cos\left(\widehat{\vec{A}\,;\,\vec{A}}\right) = \|\vec{A}\|^2$$

Donc : $\|\vec{A}\|^2 = \vec{A}.\vec{A} = \text{cste}$

Dérivons :

$$\frac{\mathrm{d}\|\vec{A}\|^2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\vec{A}.\vec{A})}{\mathrm{d}t} = 2\vec{A}.\frac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{d}t} = 0$$

On a donc, soit :

- $\|\vec{A}\| = 0$ (contraire aux conditions de départ)
- $\|\mathrm{d}\vec{A}/\mathrm{d}t\| = 0$ (contraire aux conditions de départ car on retrouve $\vec{A} = \overrightarrow{\text{cst}}$)
- $\mathrm{d}\vec{A}/\mathrm{d}t \perp \vec{A}$ CQFD

Coordonnées du vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes :

Les vecteurs $\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z}$ sont indépendants du temps donc :

$$\vec{v} = \dot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \dot{z}\,\overrightarrow{u_z}$$

Le vecteur accélération

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}}$$

Le vecteur accélération caractérise le rythme de variation du vecteur vitesse

En coordonnées cartésiennes :

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\overrightarrow{u_x} + \frac{d^2y}{dt^2}\overrightarrow{u_y} + \frac{d^2z}{dt^2}\overrightarrow{u_z} = \ddot{x}\,\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}\,\overrightarrow{u_y} + \ddot{z}\overrightarrow{u_z}$$

Mouvements rectilignes :

La trajectoire est une portion de droite :
vecteur vitesse et vecteur accélération sont portés par cette droite, souvent choisie comme axe (Ox).

- Vecteurs vitesse et accélération dans le même sens :
  mouvement accéléré

- Vecteurs vitesse et accélération en sens contraire :
  mouvement retardé

- Vecteur accélération constant : **mouvement uniformément varié** (exemple : chute libre où $\vec{a} = \vec{g}$, $\vec{g}$ étant l'accélération de la pesanteur ($||\vec{g}||$= 9,8 m.s^{-2})

Mouvement rectiligne uniforme : $\vec{a} = \vec{0}$ *et* $\vec{v} = \overrightarrow{cste}$

On choisit judicieusement l'axe (Ox) :

$$a = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste = v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 \Rightarrow x = v_0 t + cste \Rightarrow x = v_0 t + x_0$$

Attention :

Si v = cste, le mouvement est uniforme.

Si $\vec{v} = \overrightarrow{cste}$, le mouvement est rectiligne uniforme et $\vec{a} = \vec{0}$

Mouvement rectiligne uniformément varié : $\vec{a} = \overrightarrow{cste}$

On choisit judicieusement l'axe (Ox) : $\vec{a} = a_0\, \vec{u}_x$

$\vec{v}_{(t=0)} = v_0\, \vec{u}_x$ et $\overrightarrow{OM}_{(t=0)} = x_0\, \vec{u}_x$

La vitesse initiale v_0 est supposée positive (choix du sens de (Ox)).

Le mouvement est accéléré si $\vec{a}.\vec{v} > 0$ *soit si* $a_0 > 0$ et retardé si $\vec{a}.\vec{v} < 0$ *soit si* $a_0 < 0$

$$a = \frac{dv}{dt} = a_0 \Rightarrow v = a_0 t + v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} = a_0 t + v_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

$$\|\vec{v}\|^2 = \vec{v}.\vec{v} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\|\vec{v}\|^2}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\vec{v}.\vec{v})}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\|\vec{v}\|^2}{\mathrm{d}t} = 2\vec{v}.\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = 2\vec{v}.\vec{a}$$

$\mathrm{d}\|\vec{v}\|^2/\mathrm{d}t$ est de même signe que $\vec{v}.\vec{a}$

Si $\|\vec{v}\| \nearrow$: $\vec{v}.\vec{a} > 0$

Si $\|\vec{v}\| \searrow$: $\vec{v}.\vec{a} < 0$

Si $\|\vec{v}\|$cst : $\vec{v}.\vec{a} = 0$

Mouvement rectiligne uniformément varié : $\vec{a} = \overrightarrow{cste}$

Relation entre v et x pour ce type de mouvement :

$$t = \frac{v - v_0}{a_0} \Rightarrow x - x_0 = t\left(\frac{a_0 t}{2} + v_0\right) = \frac{v - v_0}{a_0}\left(\frac{1}{2}(v - v_0) + v_0\right)$$

$$\Rightarrow x - x_0 = \frac{v - v_0}{2a_0}(v + v_0)$$

Soit $\boldsymbol{v^2 - v_0^2 = 2a_0(x - x_0)}$

Relation très pratique car on a éliminé la variable temps.

Mouvement rectiligne sinusoïdal :

Dans ce cas, $\vec{\mathbf{a}} = -\mathbf{K}\,\mathbf{x}\,\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}$, K constante positive.
En projetant sur (Ox), on obtient l'équation différentielle :

$$\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\,\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$$

Solution admise : **$x(t) = X_m \cos(\omega\, t + \phi)$**

- X_m : amplitude du mouvement ;
- w : pulsation du mouvement ($\omega = \sqrt{K} = 2\pi/T = 2\pi f$, avec T la période et f = 1/T la fréquence du mouvement)
- ϕ est la phase à l'origine.

On détermine Xm et ϕ avec les conditions initiales

La vitesse a pour expression : $v = \dot{x} = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi)$

- **v s'annule pour** $\omega t + \varphi = \mathrm{n\pi}\ (n\ entier)$, ce qui correspond à **x = ± X_m** donc aux positions d'amplitude maximale.

- **v est extrémale**, de valeur $\pm\ \omega X_m\ pour$

$$\omega t + \varphi = \frac{\pi}{2} + \mathrm{n\pi}\ (n\ entier)$$, soit **x = 0**.

x extrémal pour $v = \dot{x} = 0$

v extrémal pour $a = \dot{v}$ = 0

Mouvements circulaires

La trajectoire du point est un cercle caractérisé par son centre O et son rayon R.
Il est logique de choisir **l'origine du repère au centre du cercle et l'axe (Oz) perpendiculaire au plan contenant la trajectoire.**
Le système de **coordonnées polaires** est bien adapté pour ce type de mouvement.
Les équations horaires du mouvement peuvent s'écrire :

- $\rho = R =$ constante et $\theta = \theta\ (t)$.
- La forme de la fonction qualifiera le type de mouvement circulaire.

Suivant la forme de la fonction le mouvement sera dit circulaire et :

- **Uniforme** si $\dot{\theta} = \omega_0$ = constante et $\theta(t) = \omega_0\, t + \theta_0$
- **Uniformément varié (accéléré ou décéléré)**

  si $\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_0$= constante soit $\dot{\theta} = \omega = \ddot{\theta}_0 t + \dot{\theta}_0$ et $\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}_0 t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$
- **Sinusoïdale** si $\theta(t) = \theta_m \cos(\omega\, t + \varphi)$

Mouvement circulaire quelconque

Les caractéristiques cinématiques du mouvement circulaire peuvent se déduire du schéma présenté ci-contre et sont données par :

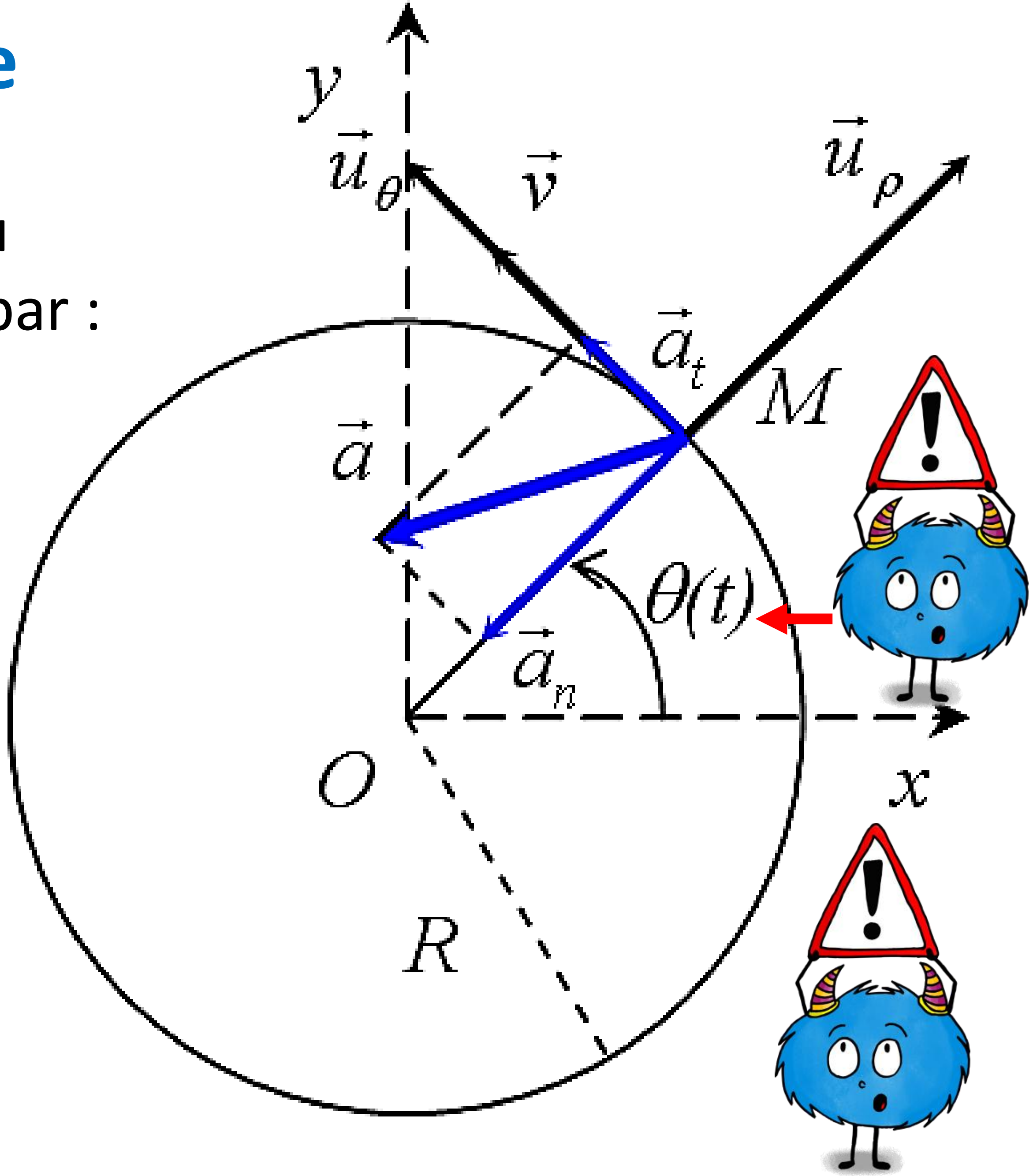
$$\overrightarrow{OM}(t) = R\cos\big(\theta(t)\big)\vec{u}_x + R\sin\big(\theta(t)\big)\vec{u}_y$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt} = \frac{d((R\cos\theta)\vec{u}_x + (R\sin\theta)\vec{u}_y\ )}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = -R\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{u}_x + R\dot{\theta}\cos\theta\,\vec{u}_y$$

Norme de $\vec{v}$: …

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ldots.$$



- ❑ $\vec{v} = R\omega(t)\vec{u}_\theta(t)$

La vitesse est othoradiale, on dit aussi tangentielle.

- ❑ $\vec{a} = -R\omega^2\,\overrightarrow{u_\rho} + R\dot{\omega}\,\vec{u}_\theta = a_r\,\overrightarrow{u_\rho} + a_\theta\,\vec{u}_\theta$

- ■ L'accélération a une composante radiale :

$$a_r = -R\omega^2 = -\frac{v^2}{R}$$

- ■ L'accélération a une composante tangentielle (orthoradiale) :

$$a_\theta = R\dot{\omega} = \frac{dv}{dt} = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}$$

- ❑ L'arc de cercle élémentaire $d\ell$ parcouru par le mobile pendant dt a pour mesure $d\ell = R\,d\theta$ *(Attention $d\theta$ en radians!)*

Mouvement circulaire uniforme

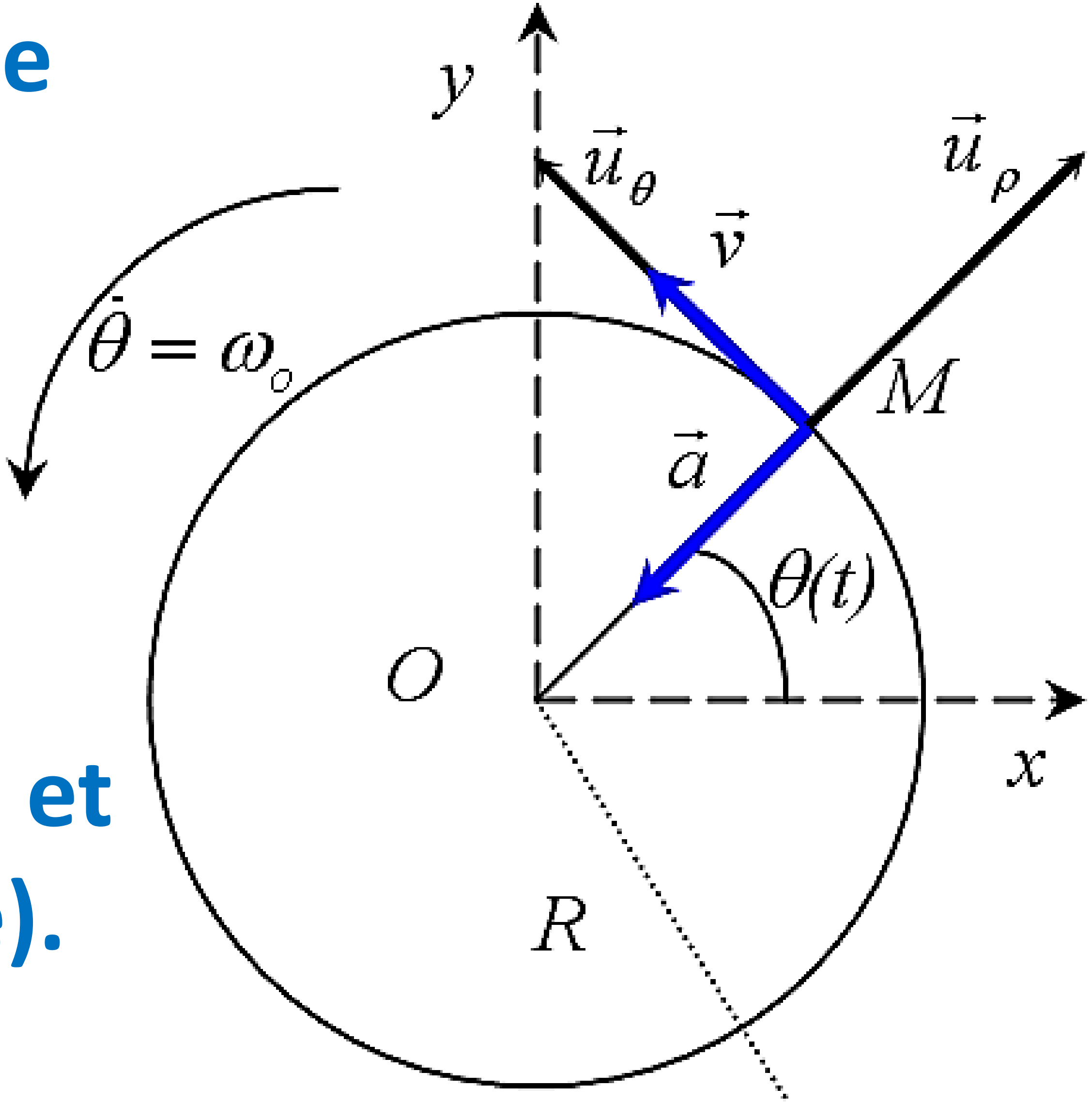
$$\boldsymbol{v = R\omega = constante}$$

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta(t) = R\omega(t)\vec{u}_\theta(t)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = R\dot{\omega}\vec{u}_\theta(t) + \mathrm{R}\omega\,\frac{d\vec{u}_\theta(t)}{dt}$$

or $\dot{\omega} = 0$, $\qquad \boldsymbol{\vec{a} = -R\omega^2\,\overrightarrow{u_\rho}}$

L’accélération n’est que radiale et orientée de M vers O (normale).



$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = constante\ donc$$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

Loi de composition des vitesses
pour deux référentiels en translation

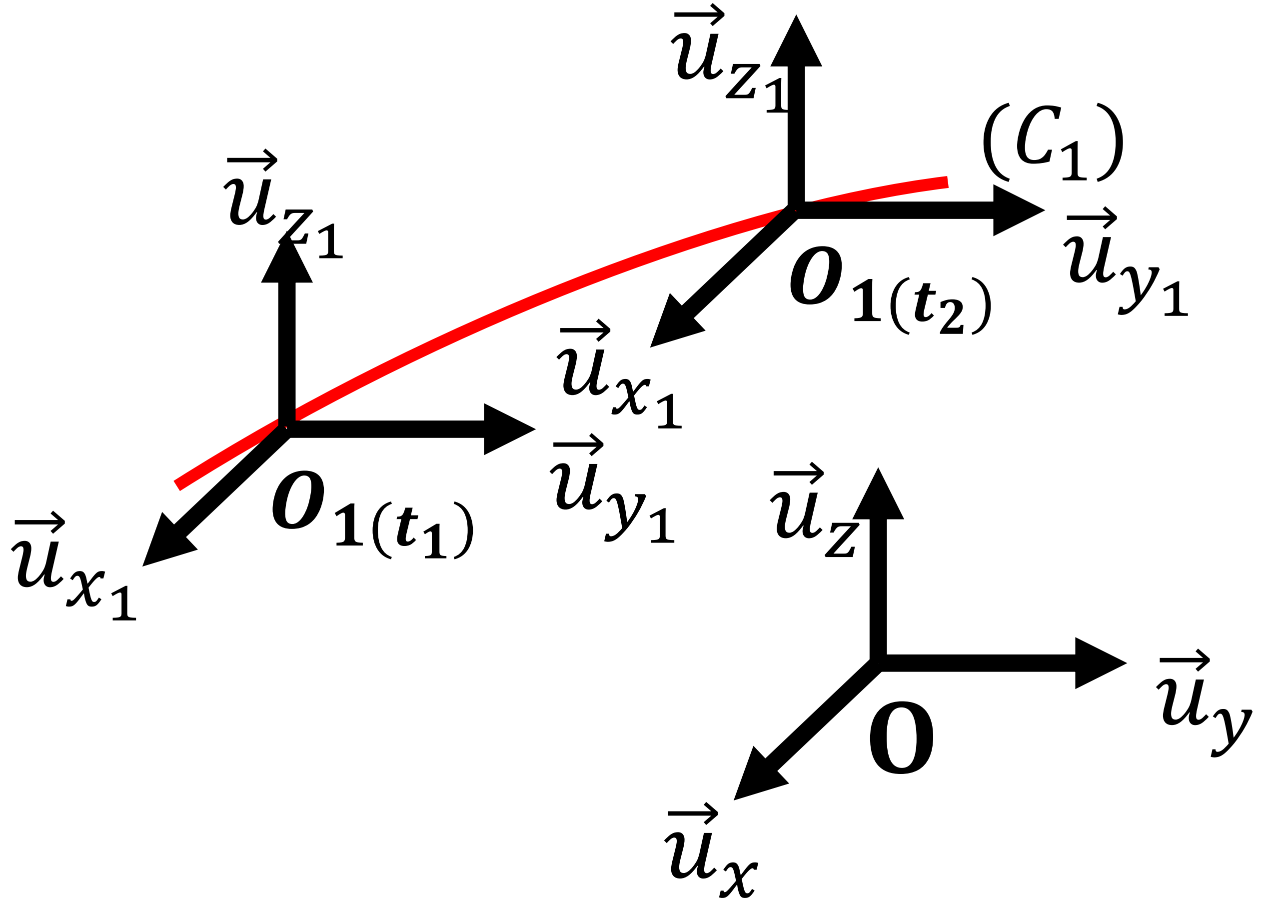
Une trajectoire peut se décrire avec plusieurs repères. Il peut être pratique de savoir passer d'un repère à l'autre sans refaire les calculs depuis le début.

A notre programme (?) nous n'étudierons que le cas de deux référentiels en translation, ainsi nous n'utiliserons que des repères cartésiens.

Référentiel $\Re_1$ en translation par rapport à $\Re$.

Comparons les mouvements d'un point M dans un référentiel fixe $\Re$ de repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et dans un référentiel $\Re_1$ *de repère* $(O_1, \vec{u}_{x_1}, \vec{u}_{y_1}, \vec{u}_{z_1})$

Un référentiel $\Re_1$ est en mouvement de translation par rapport à $\Re$ lorsque les vecteurs de base $(\vec{u}_{x_1}, \vec{u}_{y_1}, \vec{u}_{z_1})$ restent invariables au cours du temps.



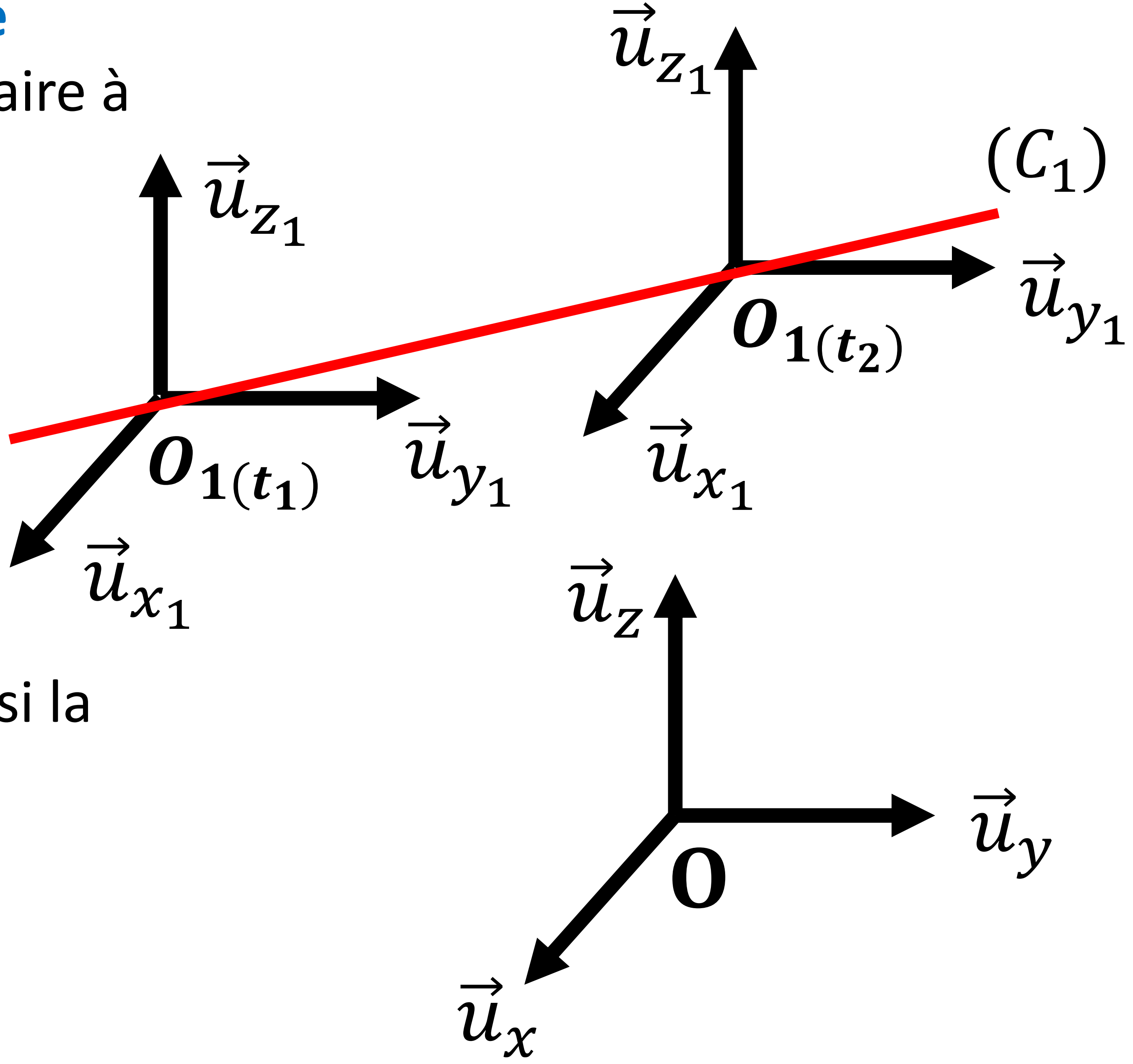
En pratique,

$$\vec{u}_{x_1} = \vec{u}_x$$
$$\vec{u}_{y_1} = \vec{u}_y$$
$$\vec{u}_{z_1} = \vec{u}_z$$

Si la courbe C_1 décrite par le centre O_1 est une droite, **la translation est rectiligne**

Dans ce cas, la vitesse de O_1 est colinéaire à un vecteur unitaire constant :

$$\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} = V(t)\vec{u}$$



La translation est rectiligne uniforme si la vitesse V est constante :

$$\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} = V\vec{u} \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{OO_1} = Vt\vec{u} + \overrightarrow{cste}$$

Loi de composition des vitesses :

Coordonnées de M dans $\Re_1$:

$\overrightarrow{O_1M} = x_1\,\vec{u}_{x_1} + y_1\,\vec{u}_{y_1} + z_1\,\vec{u}_{z_1}$

$$[\vec{v}(M)]_{\Re_1} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right)_{\Re_1} = \dot{x}_1\vec{u}_{x_1} + \dot{y}_1\vec{u}_{y_1} + \dot{z}_1\vec{u}_{z_1}$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1M}$$

$$[\vec{v}(M)]_{\Re} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re} = \left(\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt}\right)_{\Re} + \left[\frac{d\left(x_1\,\vec{u}_{x_1} + y_1\,\vec{u}_{y_1} + z_1\,\vec{u}_{z_1}\right)}{dt}\right]_{\Re}$$

Par définition de la translation, $\vec{u}_{x_1}, \vec{u}_{y_1}$ et $\vec{u}_{z_1}$ sont invariables d'où

$$[\vec{v}(M)]_{\Re} = [\vec{v}(O_1)]_{\Re} + \dot{x}_1\vec{u}_{x_1} + \dot{y}_1\vec{u}_{y_1} + \dot{z}_1\vec{u}_{z_1} = [\vec{v}(O_1)]_{\Re} + [\vec{v}(M)]_{\Re_1}$$

On appelle **point coïncidant M_C** le point confondu géométriquement avec le point M à l'instant t mais fixe par rapport au référentiel mobile $\mathfrak{R}_1$.

La vitesse dite d'entrainement du point M est la vitesse du point coïncidant M_C par rapport au référentiel $\mathfrak{R}$:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_e}}(\boldsymbol{M}) = [\vec{\boldsymbol{v}}_{(\boldsymbol{M_c})}]_{\mathfrak{R}}$$

Si on remplace M par M_C dans la relation entre les vitesses, on obtient :

$[\vec{v}(M)]_{\mathfrak{R}} = [\vec{v}(O_1)]_{\mathfrak{R}} + [\vec{v}(M_C)]_{\mathfrak{R}_1}$ or, $[\vec{v}(M_C)]_{\mathfrak{R}_1} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_e}}(\boldsymbol{M}) = [\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{O_1})]_{\mathfrak{R}}$$

On note $\vec{v}_a$ la vitesse dite absolue du point M par rapport au référentiel fixe $\mathfrak{R}$, et $\vec{v}_r$ la vitesse relative de M par rapport au référentiel mobile $\mathfrak{R}_1$:

$$\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{a}} = [\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{M})]_{\mathfrak{R}} \text{ et } \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{r}} = [\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{M})]_{\mathfrak{R}_1}$$

La loi de composition des vitesses s'écrit $\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{a}} = \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{r}} + \overrightarrow{\boldsymbol{v_e}}$