

TD Cinématique

You know
you're an engineer
if you have no life
and can prove it
mathematically

Exercice 1 : Mouvement de chute verticale (utilisation tableur et/ou python pour le tracé)

La chute verticale d'une bille est étudiée par chronophotographie. On obtient les résultats suivants, la bille étant lâchée à $t = 0$ sans vitesse initiale de la position $z = 0$, l'axe vertical (Oz) étant orienté vers le bas.

t (ms)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
z (mm)	0	10	50	110	195	300	440	600	785	1000	1225

1°) Tracer l'allure de la courbe $z(t)$. Quels sont les signes de la vitesse et de l'accélération ?

2°) Calculer la vitesse moyenne entre $t = 250$ ms et $t = 300$ ms. Calculer la vitesse instantanée pour $t = 300$ ms.

Exercice 2 : Vecteur-vitesse et vecteur accélération

La trajectoire d'un point M a été enregistrée par chronophotographie (cf annexe 1). L'intervalle entre deux positions successives est $\Delta t = 100$ ms. L'échelle des distances (échelles horizontale et verticale identiques) est 1,0 cm pour 10 cm.

1°) Tracer les vecteurs-vitesse aux points M_2 , M_4 , M_5 , M_7 et M_{10} . L'échelle utilisée est 1,0 cm pour 1,0 m/s.

2°) En déduire le tracé du vecteur-accélération aux points M_3 et M_6 . L'échelle utilisée est 1,0 cm pour 2,0 m/s^2 . Commenter.

Exercice 3 : Vecteur-vitesse et vecteur accélération

La trajectoire d'un volant de badminton a été filmé. Grâce à un pointage toutes les 50 ms, on a obtenu la chronophotographie suivante (cf annexe 2).

1. Repérer la portion de trajectoire rectiligne décélérée.

2. Repérer la portion de trajectoire rectiligne uniforme.

3. Déterminer approximativement la vitesse à $t_2 = 100$ ms et représenter le vecteur vitesse sur la chronophotographie en indiquant l'échelle choisie.

4. Même question à $t_{10} = 1000$ ms.

Exercice 4 : Parabole de sécurité

On s'intéresse au mouvement de chute d'un projectile ponctuel P de masse m , lancé à $t = 0$, depuis le point O à la vitesse \vec{v}_0 dans une direction faisant un angle α avec l'horizontale. L'intensité g de l'accélération du champ de pesanteur est constante.

1. Calculer à l'instant t , les coordonnées du point P. En déduire l'équation de la trajectoire.

2. Déterminer la portée maximale du tir quand on fait varier l'angle α en gardant la norme du vecteur vitesse \vec{v}_0 constante.

3. Déterminer l'altitude maximale qui peut être atteinte par le tir, toujours à vitesse \vec{v}_0 constante.

4. En supposant encore la norme de \vec{v}_0 constante mais l'angle variable, trouver l'équation de la courbe dans le plan séparant les points pouvant être atteints de ceux qui ne le seront jamais.

Exercice 5 : Joueurs de hockey sur glace

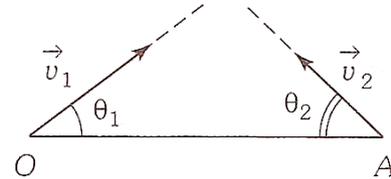
Deux joueurs de hockey sur glace J_1 et J_2 sont placés en O et A, tel que $OA = D$ à l'instant $t = 0$. J_1 lance alors le palet avec une vitesse constante \vec{v}_1 et simultanément J_2 se déplace à partir du point A avec une vitesse constante \vec{v}_2 , inclinée de θ_2 par rapport à la direction OA. Les mouvements sont étudiés dans un repère d'origine O.

1°) Déterminer les équations horaires du mouvement du palet et de J_2 .

2°) Quelle doit être, en fonction de θ_2 , v_2 et v_1 , la valeur de l'angle θ_1 de lancement du palet par le joueur J_1 afin que le joueur J_2 puisse l'intercepter en un point I ?

3°) Déterminer la distance AI parcourue par J_2 , en fonction de v_1 , v_2 , θ_1 , θ_2 et D, puis en fonction de D, θ_1 et θ_2 . Calculer θ_1 et AI.

Données : $v_1 = 60 \text{ m.s}^{-1}$; $v_2 = 15 \text{ m.s}^{-1}$; $\theta_2 = 30^\circ$; $D = 8,0 \text{ m}$.



Exercice 6 : Mouvement sur un bateau oscillant

Un bateau amarré oscille verticalement sous l'effet des vagues, mais sans roulage ni tangage, c'est-à-dire que le pont reste toujours parallèle au plan horizontal (Oxy). L'axe (Oz) est vertical ascendant. Chaque point du bateau a un mouvement sinusoïdal de la forme $z(t) = z_m \cos(\omega t) + c^{\text{ste}}$. Une personne, assimilée à un point matériel M, marche sur le pont du bateau, selon l'axe (Ox), à la vitesse constante v par rapport au référentiel R' lié au bateau. On note R le référentiel terrestre.

1°) Quelle est la nature du mouvement de R' par rapport à R.

2°) Déterminer l'expression du vecteur-vitesse de M dans le référentiel R.

3°) En déduire l'équation de la trajectoire de M dans R.

Exercice 7 : (Oral Agro)

Sur une route en ligne droite limitée à la vitesse v_0 débouche à $x = 0$ et $t = 0$ un tracteur roulant à la vitesse v_1 et se dirigeant selon \vec{u}_x . La voiture qui le suit à la vitesse v_0 se situe à $t = 0$ à la distance d derrière lui. Elle freine à partir de $t = 0$ avec une accélération constante de module a jusqu'à la vitesse v_1 .

1°) Comment qualifier le mouvement du tracteur ? celui de la voiture ?

2°) Quelles sont les équations horaires du tracteur et de la voiture $x_T(t)$ et $x_V(t)$?

3°) Quelle doit être la valeur minimale de a en fonction de v_0 , v_1 et d pour éviter une collision ?

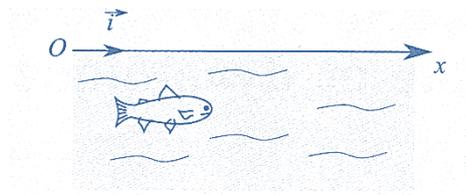
4°) Le tracteur crée un bouchon ; on constate que la frontière entre les voitures arrivant à v_0 et les voitures roulant à v_1 (après avoir freiné) se déplace à la vitesse c par rapport à la route. Le tracteur quitte la route au bout d'une distance L .

Déterminer en fonction de v_1 , c et L , la longueur ℓ du bouchon créé.

Exercice 8 : Mouvement d'un poisson dans une rivière

On considère une rivière dans laquelle l'eau est animée d'un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ par rapport au sol. Un poisson part à l'instant $t = 0$ de la position $x = 0$ de la rivière selon un mouvement rectiligne uniforme parallèle aux berges à la vitesse v_1 par rapport à l'eau.

On note R_0 le référentiel fixe lié au sol.



1°) Quelle est l'équation horaire du mouvement du poisson dans R_0 ?

2°) Lorsque le poisson a parcouru une distance D , à un instant t_1 , le courant de la rivière se met à ralentir de façon régulière pour passer de la vitesse v_0 à la vitesse nulle au temps t_2 . Le poisson se laisse porter par le courant à partir de t_1 . Quelle est l'équation horaire du mouvement du poisson dans R_0 ?

On verra si on fait ces exercices en repère cartésien 🤖

Exercice 9 : Mouvement circulaire uniforme

Un disque vinyle « 33 tr », de rayon $R = 15 \text{ cm}$, placé sur la platine du tourne-disque, effectue un mouvement de rotation uniforme à raison de 33 tours par minute.

1°) Calculer :

- a) sa vitesse angulaire de rotation, sa période et sa fréquence ;
- b) la vitesse et l'accélération d'un point M à la périphérie du disque ;
- c) la distance parcourue par le point M en 1 minute 30 secondes et la valeur de l'angle balayé pendant cette durée.

2°) Mêmes questions pour un point M' tournant à $r = 5,0 \text{ cm}$ du centre du disque.

3°) A la date $t = 2 \text{ min } 30 \text{ s}$, une phase de freinage débute et le plateau s'immobilise 10 secondes plus tard. Durant cette phase, l'expression de la vitesse angulaire est : $\omega = \alpha - \beta t$.

- a) Déterminer les valeurs de α et β .
- b) Déterminer la vitesse instantanée du point M ainsi que son accélération 5 secondes après le début du freinage.

4°) Montrer que pour $t < 2 \text{ min } 30 \text{ s}$, le mouvement du point M résulte de la composition de deux mouvements rectilignes sinusoïdaux le long d'axes particuliers.

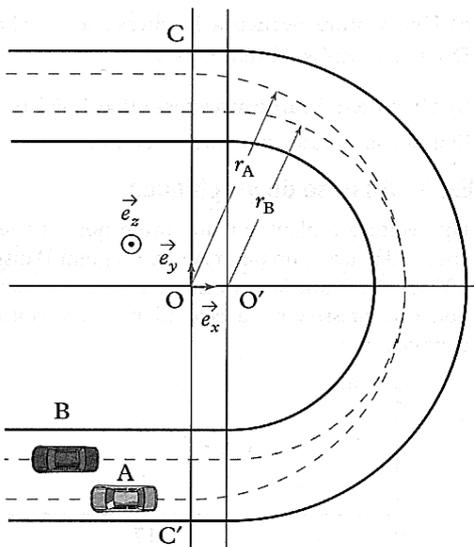
Exercice 10 : Course de voitures (Question ouverte type oral)

Lors d'une course de voitures, 2 voitures (A et B) arrivent en ligne droite et prennent le virage de manière différente :

- la voiture A sur une trajectoire circulaire de centre O et de rayon $r_A = 90 \text{ m}$.
- la voiture B sur une trajectoire circulaire de centre O' et de rayon $r_B = 75 \text{ m}$.

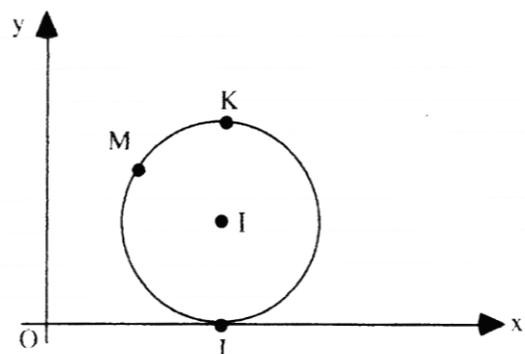
On appelle R le référentiel $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Les accélérations des 2 voitures doivent rester inférieures à $0,8 \text{ g}$.

Comparer l'avancement des 2 voitures à la sortie du virage, sachant que la référence de comparaison est liée à l'axe CC' .



Exercice 11 : Cycloïde

Dans le plan (Oxy) , un cercle de centre I , de rayon r , roule sans glisser sur l'axe Ox avec une vitesse angulaire constante ω . On désigne par J le point de contact du cercle avec Ox et par K le point diamétralement opposé. A l'instant initial, un point M du cercle coïncide avec le point O . On définit le référentiel $R(O, x, y)$.

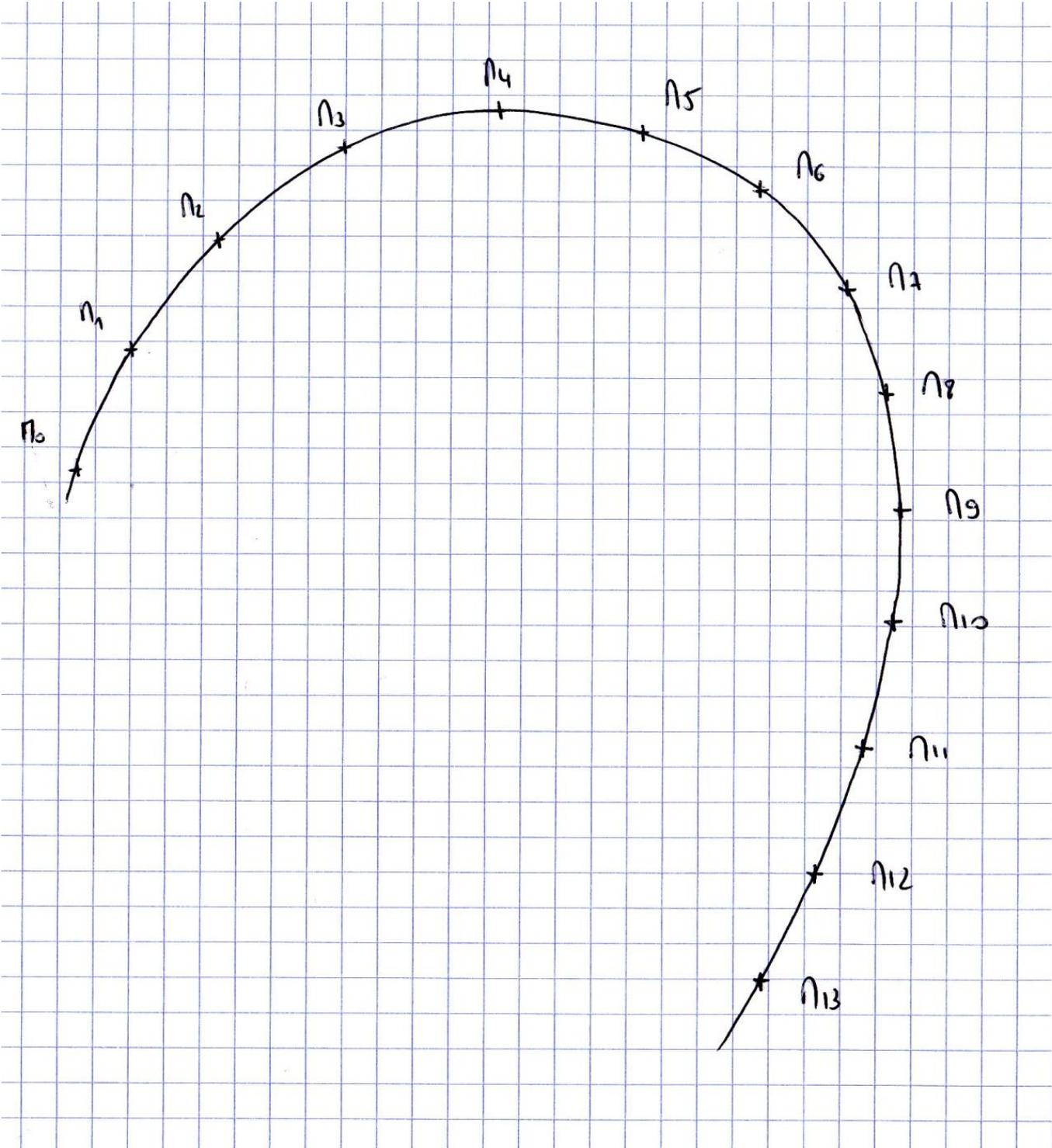


1°) Quelles sont les coordonnées de M à l'instant t . En déduire les équations horaires du mouvement ainsi que la nature de la trajectoire de M dans le référentiel R . La représenter.

2°) Calculer les composantes et le module de la vitesse de M dans le référentiel R . Montrer qu'elle est dirigée suivant \vec{MK} .

3°) Que devient cette vitesse lorsque M passe en J ? Exprimer alors les composantes de l'accélération.

ANNEXE 1. Exercice 2 : Vecteur-vitesse et vecteur accélération : annexe



ANNEXE 2. Exercice 3 : Vecteur-vitesse et vecteur accélération : annexe

