

Exercice 1 Résoudre les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ 2x - y + 3z = 3 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 3y - z = -1 \\ 2x + 5y + z = 0 \\ 3x + 2z = 3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 4z = 3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 4x + 4y + 3z = 3 \\ 5x + 2y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x + 2y - z = -1 \\ x + 4y + z = -2 \\ x - 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2 Déterminer, selon les valeurs de $a \in \mathbb{R}$, le nombre de solutions du système suivant

$$1. \begin{cases} ax + 3y = 1 \\ 3x + ay = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 2z = 3 \end{cases}$$

Exercice 3 Résoudre les systèmes suivants

$$1. \begin{cases} x - y + z - t = 1 \\ x + y - z - t = -1 \\ x + y + z - t = 0 \\ x - y - z + t = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y + z - 3t = 1 \\ 2x + y - z + t = -1 \end{cases}$$

$$3. \text{ Soit } m \in \mathbb{R} \text{ fixé. } \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x - y + z - t = 0 \\ x - 3y - 2t = m \end{cases}$$

Exercice 4 Soit $f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \mapsto (x + y, x - y) \end{cases}$

Montrer que f est bijective de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 .

Exercice 5 Soit u la fonction de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^4 définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, u(x, y, z) = (-x + y, x - y, -x + z, -y + z)$$

Est-ce que u est bijective de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^4 ?