Programme de colles n°26
du 13 au 17 mai 2024

Chapitre 25 – Dérivabilité d'une fonction réelle

1. Définition de la dérivabilité en un point
2. Dérivabilité à gauche et à droite
3. Théorème de Rolle.
4. Egalité des accroissements finis.
5. Inégalité des accroissements finis (à redémontrer à chaque utilisation)

Chapitre 26 – Sous−espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$

1. Structure de $\mathbb{R}^n$: addition et multiplication par un scalaire sur $\mathbb{R}^n$.
2. Combinaisons linéaires de vecteurs
3. Sous−espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$: définition et caractérisation.
4. Sous−espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs.
5. Intersection de sous−espaces vectoriels
6. Familles génératrice d'un sous−espace vectoriel
7. Familles libres
8. Bases d'un sous−espaces vectoriels et coordonnées dans une base.

Questions de cours

1. Le produit de deux fonctions dérivables en a est dérivable et a et
   $(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$
   (Chap 25, thm 8.2)
2. Etude de la dérivabilité de arctan et calcul de sa dérivée.
   (Chap 25, ex 20)
3. Egalité des accroissements finis en admettant le théorème de Rolle
   (Chap 25, thm 28)
4. Citer la caractérisation des sous−espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$ et montrer, par la caractérisation, que
   $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ x + 2y + 3z = 0\}$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
   (Chap 26, thm 16 et ex 17)
5. Intersection de deux sous−espaces vectoriels (Chap 26, thm 23).
6. Soit $(e_1, \dots, e_p)$ une famille finie de vecteurs de $\mathbb{R}^n$. Donner la définition de $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$.
   Montrer que $\{(x, y, -x) \ , \ (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
   (Chap 26, def 19 et ex 22)