**Exercice 1** Pour chacun des ensembles $F$ proposés, déterminer une base et la dimension.

1. $F = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \ / \ 2y + z - t = 0\}$
2. $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ x = 2y = 3z\}$
3. $F = \{P \in \mathbb{R}_3[\mathbf{X}] \ / \ P(1) = 0\}$
4. $F = \text{Vect}((\mathbf{X}-1)^2, \mathbf{X}^2, (\mathbf{X}+1)^2)$.

**Exercice 2** On considère l'ensemble $E = \Big\{(u_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \ / \ \forall n \in \mathbb{N}, \ u_{n+2} + 4u_{n+1} + 4u_n = 0\Big\}$.

1. Montrer que $E$ est un sous−espace vectoriel de dimension finie.
2. Déterminer une base de $E$ et sa dimension.

**Exercice 3** Soient $F$ et $G$ les deux ensembles suivants

$$\begin{array}{rcl} F & = & \Big\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \ / \ x + y + t = 0 \text{ et } 2x + y + z = 0\Big\} \\ G & = & \text{Vect}((-2,1,3,1),(0,1,-1,-1)) \end{array}$$

1. Montrer que $F$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$ et déterminer sa dimension.
2. Montrer que $G \subset F$.
3. Montrer que $G = F$.

**Exercice 4** Déterminer le rang des familles suivantes :

1. $e_1 = (1,1,0,1)$, $e_2 = (1,-1,1,0)$, $e_3 = (2,0,1,1)$, $e_4 = (0,-2,1,-1)$
2. $e_1 = (-1,2,2)$, $e_2 = (4,-2,-1)$, $e_3 = (3,-1,1)$, $e_4 = (-7,3,0)$
3. $P_1 = \mathbf{X} - 1$, $P_2 = 2\mathbf{X}$, $P_3 = \mathbf{X}^2 - 3\mathbf{X}$ et $P_4 = 3\mathbf{X}^3 + \mathbf{X}^2 - 2$

**Exercice 5** On considère dans $\mathbb{C}^3$ les vecteurs $u = (1,2,3)$ et $v = (3,2,1)$.

1. La famille $(u,v)$ est-elle une base de $\mathbb{C}^3$ ?
2. Quelle est la dimension du sous-espace vectoriel $F =$Vect$(u,v)$ de $\mathbb{C}^3$ ?
3. Le vecteur $(1,4,7)$ appartient-il à $F$ ? si oui, déterminer ses coordonnées dans la base $(u,v)$.
4. Le vecteur $(-1,6,9)$ appartient-il à $F$ ? si oui, déterminer ses coordonnées dans la base $(u,v)$.