Programme de colles n°27
du 21 au 24 mai 2024

Chapitre 26 – Sous−espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$

1. Structure de $\mathbb{R}^n$: addition et multiplication par un scalaire sur $\mathbb{R}^n$.
2. Combinaisons linéaires de vecteurs
3. Sous−espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$: définition et caractérisation.
4. Sous−espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs.
5. Intersection de sous−espaces vectoriels
6. Familles génératrice d'un sous−espace vectoriel
7. Familles libres
8. Bases d'un sous−espaces vectoriels et coordonnées dans une base.

Chapitre 27 – Espaces vectoriels de dimension finie

1. Définition de la dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.
2. Familles libres et génératrices en dimension finie.
3. Dimension d'un sous−espace vectoriel
4. Théorème de la base extraite et de la base incomplète
5. Rang d'une famille de vecteurs

Questions de cours

1. Citer la caractérisation des sous−espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$ et montrer, par la caractérisation, que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ x + 2y + 3z = 0\}$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
(Chap 26, thm 16 et ex 17)
2. Intersection de deux sous−espaces vectoriels.
(Chap 26, thm 23).
3. Soit $(e_1, \dots, e_p)$ une famille finie de vecteurs de $\mathbb{R}^n$. Donner la définition de $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$. Montrer que $\{(x, y, -x) \ , \ (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$ est un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
(Chap 26, def 19 et ex 22)
4. Décomposition unique dans une base d'un espace vectoriel.
(Chap 26, thm 46).
5. Citer la caractérisation des familles libres et montrer que la famille $((1, 2, 3), (3, 1, 2), (2, 3, 1))$ est libre.
(Chap 26, thm 38 et ex 39)
6. $\mathbb{R}[\mathbf{X}]$ est de dimension infinie.
(Chap 27, thm 3).