

Programme de colles n°28

du 27 au 31 mai 2024

Chapitre 26 – Sous–espaces vectoriels de \mathbb{R}^n

1. Structure de \mathbb{R}^n : addition et multiplication par un scalaire sur \mathbb{R}^n .
2. Combinaisons linéaires de vecteurs
3. Sous–espaces vectoriels de \mathbb{R}^n : définition et caractérisation.
4. Sous–espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs.
5. Intersection de sous–espaces vectoriels
6. Familles génératrice d’un sous–espace vectoriel
7. Familles libres
8. Bases d’un sous–espaces vectoriels et coordonnées dans une base.

Chapitre 27 – Espaces vectoriels de dimension finie

1. Définition de la dimension d’un espace vectoriel de dimension finie.
2. Familles libres et génératrices en dimension finie.
3. Dimension d’un sous–espace vectoriel
4. Théorème de la base extraite et de la base incomplète
5. Rang d’une famille de vecteurs

Chapitre 28 – Applications linéaires et matrices

1. Définition d’une application linéaire entre deux espaces vectoriels.
2. Opérations sur les applications linéaires : combinaison linéaires, composée, bijection réciproque
3. Noyau et image d’une application linéaire : définition et liens avec la surjectivité et l’injectivité.

Questions de cours

1. Décomposition unique dans une base d’un espace vectoriel. (Chap 26, thm 46).
2. Citer la caractérisation des familles libres et montrer que la famille $((1, 2, 3), (3, 1, 2), (2, 3, 1))$ est libre. (Chap 26, thm 38 et ex 39)
3. $\mathbb{R}[\mathbf{X}]$ est de dimension infinie. (Chap 27, thm 3).
4. La composée de deux applications linéaires est une application linéaire. (Chap 28, thm 9.)
5. Le noyau d’une application linéaire de E dans F est un sous–espace vectoriel de E . (Chap. 28, thm 19.1)
6. L’image d’une application linéaire de E dans F est un sous–espace vectoriel de F . (Chap. 28, thm 19.2)