Exercice 1 Déterminer les limites suivantes.

1. $f(x) = \dfrac{x+5}{x^2+1}$ en $+\infty$.
2. $f(x) = \dfrac{x^5-x}{x^2-1}$ en $+\infty$.
3. $f(x) = \mathbf{e}^x - 2x + 1$ en $+\infty$.
4. $f(x) = 3x\mathbf{e}^{-x^2}$ en $+\infty$.
5. $f(x) = \dfrac{\mathbf{e}^x+1}{\mathbf{e}^x-1}$ en $+\infty$.
6. $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x-1}$ en $+\infty$.
7. $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ en 0.
8. $f(x) = \cos(5x)\mathbf{e}^{-3x}$ en $+\infty$.
9. $f(x) = \dfrac{\sin(2x)}{5x}$ en 0.
10. $f(x) = \dfrac{x\sin(x)}{x^2+1}$ en $+\infty$.
11. $f(x) = \mathbf{e}^{x-\sin(x)}$ en $+\infty$.

Exercice 2 Après avoir donné leur ensemble de définition et justifié leur dérivabilité, calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x\mathbf{e}^{-x^2}$.
2. $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin(2x) - \sin(x)$.
3. $f(x) = \dfrac{\mathbf{e}^x}{x^2+3}$.
4. $f(x) = \dfrac{1+\sin(2x)}{\cos(x)-3}$.
5. $f(x) = \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$.
6. $f(x) = \ln(2+\cos(x))$
7. $g(x) = \exp\left(\dfrac{-1}{x^2}\right)$
8. $h(x) = \sqrt{1+\ln(1-x)}$
9. $l(x) = \ln\big(\ln(x)\big)$

Exercice 3 Soit $g : x \mapsto \dfrac{2x^3-2x-1}{x^3-1}$

1. Etudier la branche infinie de la fonction g.
2. Déterminer la position de la courbe représentative de g par rapport à la branche infinie.

Exercice 4 Pour chacune des fonctions, étudier la parité et donner son intervalle d'étude.

1. $x \mapsto \ln(|x|)$.
2. $x \mapsto \sin(x^2)$.
3. $x \mapsto \dfrac{x^2-1}{x^3+x}$.

Exercice 5 Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ croissantes sur $\mathbb{R}$.

1. Etudier la monotonie de $f+g$.
2. Si f et g sont à valeurs positives, étudier la monotonie de $f \times g$.

Exercice 6 Pour chacun des cas, déterminer l'ensemble de définition et l'expression de la fonction $g \circ f$.

1. $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = \ln(x)$
2. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ et $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Exercice 7 On définit deux fonctions f et g sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2+1}$ et $g(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1}$.

1. Montrer que les tangentes au point d'abscisse $a = 0$ des fonctions f et g sont parallèles.
2. Montrer que les tangentes au point d'abscisse $a = 1$ sont concourantes.