Exercice 1 Résoudre les systèmes suivants :

1. $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & 2z & = & 4 \\ 2x & - & y & + & 3z & = & 3 \\ x & - & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$

2. $\left\{\begin{array}{r} x-y+2z=1 \\ 4z=3 \end{array}\right.$

3. $\left\{\begin{array}{r} 2x+2y-z=-1 \\ x+4y+z=-2 \\ x-2y-2z=1 \end{array}\right.$

Exercice 2 Déterminer, selon les valeurs de $a \in \mathbb{R}$, le nombre de solutions du système suivant

1. $\left\{\begin{array}{l} ax+3y=1 \\ 3x+ay=1 \end{array}\right.$

2. $\left\{\begin{array}{r} x+y-z=1 \\ x+2y+az=2 \\ 2x+ay+2z=3 \end{array}\right.$

Exercice 3 Résoudre les systèmes suivants

1. $\left\{\begin{array}{l} x-y+z-t=1 \\ x+y-z-t=-1 \\ x+y+z-t=0 \\ x-y-z+t=2 \end{array}\right.$

2. $\left\{\begin{array}{l} x-2y+z-3t=1 \\ 2x+y-z+t=-1 \end{array}\right.$

3. Soit $m \in \mathbb{R}$ fixé. $\left\{\begin{array}{l} x+y+z+t=1 \\ 2x-y+z-t=0 \\ x-3y-2t=m \end{array}\right.$

Exercice 4 Soit $f : \left\{\begin{array}{l} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \\ (x,y) \mapsto (x+y, x-y) \end{array}\right.$

Montrer que f est bijective de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$.

Exercice 5 Soit u la fonction de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^4$ définie par

$$\forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ u(x,y,z) = (-x+y, x-y, -x+z, -y+z)$$

Est-ce que u est bijective de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^4$?