

# Programme de colles n°26

## du 5 au 9 mai 2025

---

### Chapitre 26 – Sous–espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$

1. Structure de  $\mathbb{R}^n$  : addition et multiplication par un scalaire sur  $\mathbb{R}^n$ .
2. Combinaisons linéaires de vecteurs
3. Sous–espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^n$  : définition et caractérisation.
4. Sous–espaces vectoriels engendrés par une famille finie de vecteurs.
5. Intersection de sous–espaces vectoriels
6. Familles génératrice d'un sous–espace vectoriel
7. Familles libres
8. Bases d'un sous–espaces vectoriels et coordonnées dans une base.

### Chapitre 27 – Espaces vectoriels de dimension finie

1. Définition de la dimension d'un espace vectoriel de dimension finie.
2. Dimension d'un sous–espace vectoriel.
3. Théorème de la base extraite et de la base incomplète.
4. Familles libres et génératrices en dimension finie.
5. Rang d'une famille de vecteurs : définition, lien avec les matrices.

### Questions de cours.

1. Énoncé et démonstration du résultat sur l'intersection de deux sous–espaces vectoriels.  
(Chap 26, thm 20).
2. Soit  $(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$  une famille finie de vecteurs de  $\mathbb{R}^n$ .  
Définition de  $\text{Vect}(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$  et démonstration du fait que c'est un sev de  $\mathbb{R}^n$ .  
(Chap 26, def 14 et thm 17)
3. Énoncer la caractérisation des familles libres et montrer que la famille  $((1, 2, 3), (3, 1, 2), (2, 3, 1))$  est libre.  
(Chap 26, thm 30 et ex 31)
4.  $\mathbb{R}[\mathbf{X}]$  est de dimension infinie.  
(Chap 27, thm 4).