Prénom :

. Nom :

Interrogation $n°20$: Sous-espaces vectoriels **B**

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Citer la caractérisation d'un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$.
2. Soit E un espace vectoriel. Soit $(e_1, \ldots, e_p) \in E^p$.
   Donner la définition de $\mathrm{Vect}(e_1, \ldots, e_p)$.
3. Soit E un espace vectoriel. Donner la définition d'une base de E.
4. Donner une base des espaces vectoriels suivants.
   (a) $E = \mathbb{R}^4$
   (b) $E = \mathbb{R}_2[\mathbf{X}]$
   (c) $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
5. **Exercices**
   (a) Soit $G = \{(b + c, b, c) \in \mathbb{R}^3,\ (b, c) \in \mathbb{R}^2\}$. Montrer que G est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
   (b) La famille $(\overrightarrow{u_1} = (0, 1, 2), \overrightarrow{u_2} = (1, 2, 3), \overrightarrow{u_3} = (0, 0, 1))$ est-elle une famille libre ?

Prénom :

. Nom :

Interrogation $n°20$: Sous-espaces vectoriels **A**

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Citer la caractérisation d'un sous−espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$.
2. Soit E un espace vectoriel. Soit $(e_1, \ldots, e_p) \in E^p$.
   Donner la définition de $\text{Vect}(e_1, \ldots, e_p)$.
3. Soit E un espace vectoriel. Donner la définition d'une base de E.
4. Donner une base des espaces vectoriels suivants.
   (a) $E = \mathbb{R}^4$
   (b) $E = \mathbb{R}_2[\mathbf{X}]$
   (c) $E = \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
5. **Exercices**
   (a) Soit $G = \{(b, b-c, 2c) \in \mathbb{R}^3,\ (b,c) \in \mathbb{R}^2\}$. Montrer que G est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
   (b) La famille $(\overrightarrow{u_1} = (0,1,2), \overrightarrow{u_2} = (1,2,3), \overrightarrow{u_3} = (1,0,1))$ est-elle une famille libre ?