Prénom :

. Nom :

Interrogation $n°21$: Espaces vectoriels de dimension finie **A**

1. Soit E un espace vectoriel de dimension finie. Donner la définition de la dimension de E.
2. Soit E un espace vectoriel de dimension n. Que dire d'une famille génératrice de E ?
3. Citer le théorème de la base incomplète.
4. **Exercices**
   (a) Soit $G = \{(b+c, b, c) \in \mathbb{R}^3,\ (b, c) \in \mathbb{R}^2\}$. Déterminer la dimension de G.
   (b) La famille $\mathcal{F} = ((0,1,2), (1,2,3), (0,0,1))$ est-elle une base de $\mathbb{R}^3$?
   (c) Déterminer le rang de la famille $\overrightarrow{e_1} = (1,1,0,1)$, $\overrightarrow{e_2} = (1,-1,1,0)$, $\overrightarrow{e_3} = (2,0,1,1)$, $\overrightarrow{e_4} = (0,-2,1,-1)$.

Prénom :

. Nom :

Interrogation $n°21$: Espaces vetoriels et dimension **B**

1. Soit E un espace vectoriel de dimension finie. Donner la définition de la dimension de E.
2. Soit E un espace vectoriel de dimension n. Que dire d'une famille libre ?
3. Citer le théorème de la base extraite.
4. **Exercices**
   (a) Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tel que $x - y + 3z = 0\}$. Déterminer la dimension de F.
   (b) La famille $\mathcal{F} = ((1, 0, -1), (-1, 0, 1), (0, 1, 0), (2, 2, -2))$ est-elle une base de $\mathbb{R}^3$?
   Si non, modifier cette famille pour en faire une base de $\mathbb{R}^3$.
   (c) Déterminer le rang de la famille $\overrightarrow{e_1} = (-1, 2, 2)$, $\overrightarrow{e_2} = (4, -2, -1)$, $\overrightarrow{e_3} = (3, -1, 1)$, $\overrightarrow{e_4} = (-7, 3, 0)$.