Exercice 1. Lister les ensembles suivants :

1. $E = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } x^2 = 4\}$.
2. $E = \{x^2 \text{ avec } x \in \{-1, 5, 12\}\}$.
3. $E = \{0, 2\}^3$
4. $E = \mathcal{P}(\{0, 1\})$.

Exercice 2. Soient A et B deux ensembles. Comparer A, B, $A \cap B$ et $A \cup B$ en terme d'inclusion.

Exercice 3.

1. Donner un exemple de deux ensembles non vides dont l'intersection est vide.
2. Donner un exemple de deux ensembles dont l'union est vide.
3. Est-ce le seul exemple possible ?

Exercice 4. Soit E un ensemble. Soient A et B deux parties de E. On note $A - B = \{x \in A \text{ tel que } x \notin B\}$.

1. Représenter $A - B$.
2. Ecrire $A - B$ à l'aide d'opérations sur les ensembles vus en cours.
3. Prouver que $A - B = A \Leftrightarrow B - A = B$.

Exercice 5. On définit les deux ensembles suivants

$$A = [2, 5] \times [-1, 4] \text{ et } B = \Big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tel que } y \leq x\Big\}.$$

1. Représenter A et B.
2. Que pensez-vous de l'implication suivante ?

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ (x, y) \in A \Rightarrow (x + 1, y - 1) \in B$$

3. Que pensez-vous de la réciproque ? On commencera par l'énoncer.
4. Montrer que $A \cap B \neq \varnothing$.

Exercice 6. Que pensez-vous de l'ensemble $E = \{1 + (-1)^n,\ n \in \mathbb{N}\}$?

Exercice 7. Soit $A = \left\{\dfrac{2^n}{2^n - 1},\ n \in \mathbb{N}^*\right\}$.

1. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ 1 < \dfrac{2^n}{2^n - 1} \leq 2$.
2. Déterminer la borne inférieure et la borne supérieure de A si elles existent.

Exercice 8. [HP] Soient A et B deux parties de $\mathbb{R}$ admettant une borne supérieure.
Montrer que si $A \subset B$ alors $\sup(A) \leq \sup(B)$.

Exercice 9. [HP] Soient A et B deux parties non vides et majorées de $\mathbb{R}$.
On pose $A + B = \{a + b,\ a \in A,\ b \in B\}$.

1. Montrer que $A + B$ est majoré.
2. En déduire qu'il admet une borne supérieure.
3. Montrer que $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$