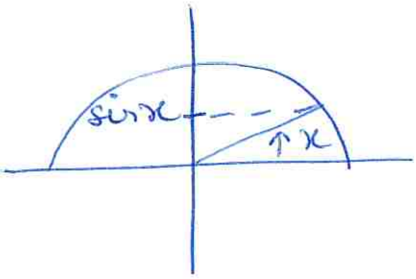
Prénom :

Nom :

Interrogation $n°1$: Trigonométrie. A

1. Rappeler la définition et les propriétés de la fonction sinus.
2. Soit $x \in \mathbb{R}$. Donner les formules pour $\sin(x+\pi)$, $\sin(\pi - x)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
3. Soit $c \in [-1, 1]$. Donner la définition de $\arccos(c)$ et faire un dessin.
4. **Exercices**
   (a) Résoudre l'équation $\sin(2x) = \frac{1}{2}$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
   (b) Résoudre l'équation $\cos(2x) = \cos(3x)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
   (c) Déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

1)



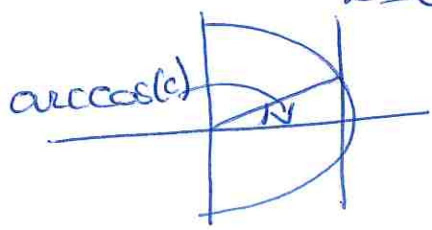
sinus est définie sur $\mathbb{R}$, à valeurs dans $[-1, 1]$ et impaire

2) $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$

$\sin(\pi - x) = \sin(x)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$.

3) $\arccos(c)$ est l'unique angle de $[0, \pi]$ dont le cosinus vaut c.



4) a) $\sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}$ tq $2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

ou $2x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$

donc $\boxed{S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}}$.

(b) $\cos(2x) = \cos(3x) \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ tq $2x = 3x + 2k\pi$ ou
$2x = -3x + 2k\pi$.

donc $\boxed{S = \left\{ 2k\pi, \frac{2k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}}$

(c) $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{4\pi - 3\pi}{12}\right)$

$= \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$

$= \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}$

Prénom :

Nom :

Interrogation $n°1$: Trigonométrie. B

? 1. Rappeler la définition et les propriétés de la fonction cosinus.

2 2. Soit $x \in \mathbb{R}$. Énoncer les différentes expressions de $\cos(2x)$.

1 3. Soit $s \in [-1, 1]$. Donner la définition de $\arcsin(s)$ et faire un dessin.

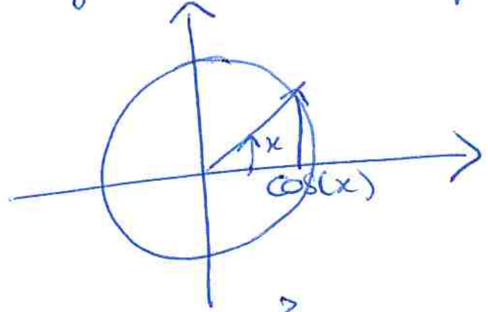
4. **Exercices**

1 (a) Résoudre l'équation $\cos(2x) = \dfrac{1}{2}$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

2 (b) Résoudre l'équation $\sin(2x) = \sin(3x)$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

2 (c) Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

1) cos est définie sur $\mathbb{R}$, paire à valeurs dans $[-1, 1]$.

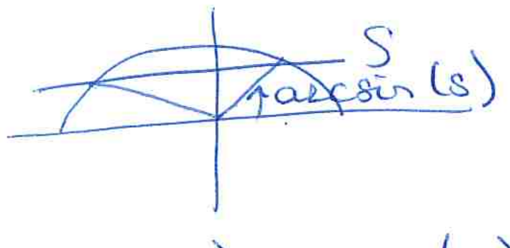


2) $\cos(2x) = (\cos x)^2 - (\sin x)^2$

$= 2(\cos x)^2 - 1$

$= 1 - 2 \cdot (\sin x)^2$

3) arcsin(s) est l'unique angle de $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ dont le sinus vaut s.



4) a) $\cos(2x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ tq $2x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou

$2x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$

donc $\boxed{S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{-\pi}{6} + k\pi\right\}}$.

(b) $\sin(2x) = \sin(3x) \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ tq $2x = 3x + 2k\pi$ ou
$2x = \pi - 3x + 2k\pi$

donc $\boxed{S = \left\{ 2k\pi, \frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}}$

(c) $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}$$