<u>Exercice 1</u> Déterminer les limites suivantes.

1. $f(x) = \dfrac{x+5}{x^2+1}$ en $+\infty$.
2. $f(x) = \dfrac{x^5-x}{x^2-1}$ en $+\infty$.
3. $f(x) = \mathbf{e}^x - 2x + 1$ en $+\infty$.
4. $f(x) = 3x\mathbf{e}^{-x^2}$ en $+\infty$.
5. $f(x) = \dfrac{\mathbf{e}^x+1}{\mathbf{e}^x-1}$ en $+\infty$.
6. $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{x-1}$ en $+\infty$.
7. $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$ en 0.
8. $f(x) = \cos(5x)\mathbf{e}^{-3x}$ en $+\infty$.
9. $f(x) = \dfrac{x\sin(x)}{x^2+1}$ en $+\infty$.
10. $f(x) = \mathbf{e}^{x-\sin(x)}$ en $+\infty$.

<u>Exercice 2</u> Après avoir donné leur ensemble de définition et justifié leur dérivabilité, calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x\mathbf{e}^{-x^2}$.
2. $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin(2x) - \sin(x)$.
3. $f(x) = \dfrac{\mathbf{e}^x}{x^2+3}$.
4. $f(x) = \dfrac{1+\sin(2x)}{\cos(x)-3}$.
5. $f(x) = \dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$.
6. $f(x) = \ln(2+\cos(x))$
7. $g(x) = \exp\left(\dfrac{-1}{x^2}\right)$
8. $h(x) = \sqrt{1+\ln(1-x)}$
9. $l(x) = \ln\left(\ln(x)\right)$

<u>Exercice 3</u> Soit $g : x \mapsto \dfrac{2x^3-2x-1}{x^3-1}$

1. Etudier la branche infinie de la fonction g.
2. Déterminer la position de la courbe représentative de g par rapport à la branche infinie.

<u>Exercice 4</u> Pour chacune des fonctions, étudier la parité et donner son intervalle d'étude.

1. $x \mapsto \ln(|x|)$.
2. $x \mapsto \sin(x^2)$.
3. $x \mapsto \dfrac{x^2-1}{x^3+x}$.

<u>Exercice 5</u> Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ croissantes sur $\mathbb{R}$.

1. Etudier la monotonie de $f+g$.
2. Si f et g sont à valeurs positives, étudier la monotonie de $f \times g$.

<u>Exercice 6</u> Pour chacun des cas, déterminer l'ensemble de définition et l'expression de la fonction $g \circ f$.

1. $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = \ln(x)$
2. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ et $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

<u>Exercice 7</u> On définit deux fonctions f et g sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2+1}$ et $g(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1}$.

1. Montrer que les tangentes au point d'abscisse $a = 0$ des fonctions f et g sont parallèles.
2. Montrer que les tangentes au point d'abscisse $a = 1$ sont sécantes.

Exercice 8 Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto \dfrac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}$.

1. Donner l'ensemble de définition de f.
   Sur quel ensemble suffit-il de l'étudier ?
2. Déterminer les variations de la fonction f.
3. Calculer les limites de f aux bords de son ensemble de définition et tracer son graphe.

Exercice 9 Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

1. Donner l'ensemble de définition de g.
   Sur quel ensemble suffit-il de l'étudier ? On notera cet ensemble $\mathcal{D}$.
2. Déterminer les variations de la fonction g sur $\mathcal{D}$.
3. Calculer les limites de g aux bords de $\mathcal{D}$ et tracer son graphe.

Exercice 10 Résoudre les équations suivantes.

1. $2\mathbf{e}^{4x} - 5\mathbf{e}^{2x} + 2 = 0$.
2. $\dfrac{\mathbf{e}^{x} + \mathbf{e}^{-x}}{2} = 2$.
3. $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x}^{x}$
4. $2^{2x} - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$.

Exercice 11 Etudier en détail les fonctions suivantes.

1. $x \mapsto x^{\frac{1}{x}}$.
2. $x \mapsto (x+1)^{x}$.