

Prénom :

Nom :

Interrogation n°4 : Sommes B

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Rappeler les formules suivantes.

$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$\sum_{k=0}^n \frac{1}{2} = \frac{n+1}{2}$	$\sum_{k=0}^n 5^k = \frac{1-5^{n+1}}{1-5}$
---	--	--

2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer une autre expression de $\sum_{k=1}^n (k+3)^2$.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit $k \in \mathbb{N}$. Donner, selon la valeur de k par rapport à n , la valeur de $\binom{n}{k}$.

4. Citer les 8 premières lignes du triangle de Pascal.

5. Exercices

(a) Calculer la somme suivante. $S = \sum_{k=1}^n k(k+1)$.

(b) Calculer le produit suivant. $P = \prod_{k=1}^n k e^k$.

(c) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)$.

$$2) \sum_{k=1}^n (k+3)^3 = \sum_{k=4}^{n+3} k^3$$

$$3) \text{ Soit } (k, n) \in \mathbb{N}^2.$$

$$\text{Si } k \leq n, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{Si } k > n, \binom{n}{k} = 0.$$

$$4) \begin{array}{cccccccc} 1 & & & & & & & \\ 1 & 1 & & & & & & \\ 1 & 2 & 1 & & & & & \\ 1 & 3 & 3 & 1 & & & & \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & & & \\ 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & & \\ 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 & \\ 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \end{array}$$

$$5) a) S = \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} \left(\frac{2n+1}{3} + 1 \right)$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+4)}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$b) P = n! \cdot e^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$c) \prod_{k=1}^n \frac{k+1}{k} = \frac{n+1}{1} = n+1$$

Prénom :

Nom :

Interrogation n°4 : Sommes A

1. Soit $n \in \mathbb{N}$. Rappeler les formules suivantes.

15	$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$	$\sum_{k=0}^n 2 = 2(n+1)$	$\sum_{k=0}^n \frac{1}{3^k} = \frac{1 - (1/3)^{n+1}}{1 - 1/3}$
----	-------------------------------------	---------------------------	--

2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 4$. Déterminer une autre expression de $\sum_{k=4}^n (k-3)^2$

3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Soit $k \in \mathbb{N}$. Donner, selon la valeur de k par rapport à n , la valeur de $\binom{n}{k}$.

4. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Citer la formule du binôme de Newton.

5. Exercices

15 (a) Calculer la somme suivante. $S = \sum_{k=1}^n (2k-1)$.

15 (b) Calculer le produit suivant. $P = \prod_{k=1}^n k e^k$.

15 (c) Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer $\sum_{k=2}^n \ln \left(\frac{k+1}{k} \right)$.

$$2) \sum_{k=4}^n (k-3)^2 = \sum_{k=1}^{n-3} k^2$$

$$3) \text{ Soit } (k, n) \in \mathbb{N}^2.$$

$$\text{Si } k \leq n, \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{Si } k > n, \binom{n}{k} = 0.$$

$$4) (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

5) a)

$$S = 2 \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 1$$

$$= n(n+1) - n$$

$$= n^2$$

b) $P = \prod_{k=1}^n k \cdot \prod_{k=1}^n e^k$

$$= n! \cdot e^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

c) $\sum_{k=2}^n \ln(k+1) - \ln(k)$

$$= \ln(n+1) - \ln(2)$$

$$= \ln\left(\frac{n+1}{2}\right)$$