Programme de colles n° 9
du 24 au 28 novembre 2025

Chapitre 9 – Applications

1. Bijectivité d'une fonction d'une partie de $\mathbb{R}$ dans une partie de $\mathbb{R}$.
2. Applications entre deux ensembles.
3. Composées d'applications.
4. Image directe d'une partie par une application.
5. Applications bijective, surjective et injective de E dans F.
6. Bijection réciproque.

Chapitre 10 – Suites réelles, partie 1.

1. Suites arithmétiques, suites géométriques
2. Suites arithmético-géométriques
3. Suites récurrentes linéaire d'ordre 2.
4. Suites bornées, minorées, majorées, suites monotones.
5. Limite finie ou infinie d'une suite, unicité de la limite.
6. Opérations sur les limites : sommes, produits et passage à la limite.
7. Théorème de la limite monotone.
8. Suites définies par récurrence.

Questions de cours. (les mêmes que la semaine dernière).

1. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Soient I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$.
   Définition de f est bijective de I dans J et énoncé du théorème de la bijection.
   (Chap 8, def 5 et thm 7).
2. Soit E un ensemble. Démonstration du résultat sur la "croissance" de l'image directe d'une partie de E.
   (Chap 8, thm 24).
3. Injectivité et surjectivité : définition avec les quantificateurs et avec un dessin.
   (Chap 8, def 30 et 38).
4. Démontrer qu'une suite u est bornée si, et seulement si, la suite $|u|$ est majorée.
   (Chap 9, thm 20).
5. Démontrer que la somme de deux suites bornées est encore bornée.
   (Chap 9, thm 22.1).
6. Démontrer que le produit de deux suites bornées est encore bornée.
   (Chap 9, thm 22.2).

Tournez s'il vous plait.

Outils 6 – Vocabulaire des applications

On évite ici tout excès de formalisme et on illustre les notions présentées par des exemples issus majoritairement de fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$.

Ces notions ne pourront constituer le thème principal d'aucune question d'écrit ou d'oral.

Contenus	Commentaires
Application d'un ensemble de départ dans un ensemble d'arrivée.	On introduit les exemples des fonctions indicatrices et des suites.
Image directe d'une partie de l'ensemble de départ.	La notion d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée n'est pas un attendu du programme.
Composition.	On étudie quelques exemples fournis par des fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ que l'on compose de diverses manières.
Injection, surjection, bijection, application réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	On fait remarquer que, dans le cadre des fonctions de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$, une bijection et sa réciproque ont des graphes symétriques l'un de l'autre par rapport à la première bissectrice.

Analyse 1– Suites réelles usuelles

Le but de ce chapitre est d'étendre un peu l'ensemble des suites « connues » et de développer les aptitudes au calcul sur ces suites ; le point de vue est ici algébrique.

On ne travaille ici qu'avec des suites réelles.

Contenus	Commentaires
Somme, produit, quotient de suites réelles.	
Suites arithmétiques, suites géométriques. Terme général.	
Suites arithmético-géométriques.	La formule donnant le terme général n'est pas au programme. On cherchera une suite constante solution pour déterminer toutes les solutions.
Suites vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$.	On se limite à la maitrise d'une méthode de calcul du n-ième terme à partir de l'équation caractéristique. Au besoin, on transite par $\mathbf{C}$ dans le seul but de restituer plus rapidement la forme des solutions. $\rightleftharpoons$ On pourra illustrer ces différents types de suites avec des modèles discrets de populations. $\rightleftharpoons$ Algorithme de calcul du n-ième terme.

Contenus (suite)	Commentaires
Résultats fondamentaux sur les limites et inégalités : • Signe d'une suite de limite non nulle. • Passage à la limite dans une inégalité large. • Théorème d'encadrement, dit « des gendarmes », et extension aux limites infinies.	
Théorème de la limite monotone.	Toute suite réelle monotone admet une limite finie ou infinie.
Exemples d'étude de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$.	Un plan d'étude détaillé sera toujours proposé. Il pourra commencer par la détermination d'un intervalle stable. Aucun théorème général relatif à ce type de suites n'est exigible des étudiants. L'étude numérique (par itération) et graphique sont présentées comme outils d'étude et de formation de conjectures. L'objectif est alors l'étude de la monotonie et de la convergence de telles suites dans les cas simples de fonctions f monotones.