Programme de colles n° 10
du 1er au 5 décembre 2025

Chapitre 9 − Suites réelles, partie 1.

1. Suites arithmétiques, géométriques, Suites arithmético-géométriques.
2. Suites récurrentes linéaire d'ordre 2.
3. Suites bornées, minorées, majorées, suites monotones.
4. Limite finie ou infinie d'une suite, unicité de la limite. Opérations sur les limites : sommes, produits et passage à la limite.
5. Théorème de la limite monotone, .
6. Suites définies par récurrence : étude, théorème du point fixe.

Chapitre 10 − Dénombrement

1. Cardinal d'un ensemble
2. $p-$listes d'un ensemble
3. $p-$listes sans répétition
4. $p-$combinaisons d'un ensemble
5. Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble E.
6. Cardinal d'une union, d'une intersection ou d'un produit cartésien.

Questions de cours.

1. Déterminer la limite de la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \mathbf{e}^n - n^2$.
   (Chap 9, ex. 29).
2. Citer le théorème de la limite monotone.
   (Chap 9, thm 39).
3. Citer le théorème du point fixe.
   (Chap 9, thm 45).
4. Soit E un ensemble de cardinal n. Soit $p \leq n$.
   Donner la définition d'une $p-$liste et **démontrer** la valeur du cardinal de l'ensemble des $p-$listes.
   (Chap 10, thm 6.)
5. Soit E un ensemble de cardinal n. Soit $p \leq n$.
   Donner la définition d'une $p-$liste sans répétition et **démontrer** la valeur du cardinal de l'ensemble des $p-$listes sans répétition.
   (Chap 10, thm 13.)
6. Soit E un ensemble de cardinal n.
   Énoncer et démontrer la formule pour la cardinal de $\mathcal{P}(E)$.
   (Chap 11, thm 25.)

Tournez s'il vous plait.

Analyse 1– Suites réelles usuelles

Le but de ce chapitre est d'étendre un peu l'ensemble des suites « connues » et de développer les aptitudes au calcul sur ces suites; le point de vue est ici algébrique.

On ne travaille ici qu'avec des suites réelles.

Contenus	**Commentaires**
Somme, produit, quotient de suites réelles.	
Suites arithmétiques, suites géométriques. Terme général.	
Suites arithmético-géométriques.	La formule donnant le terme général n'est pas au programme. On cherchera une suite constante solution pour déterminer toutes les solutions.
Suites vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$.	On se limite à la maitrise d'une méthode de calcul du n-ième terme à partir de l'équation caractéristique. Au besoin, on transite par $\mathbb{C}$ dans le seul but de restituer plus rapidement la forme des solutions. ⇌ On pourra illustrer ces différents types de suites avec des modèles discrets de populations. ⇌ Algorithme de calcul du n-ième terme.

Contenus (suite)	**Commentaires**
Résultats fondamentaux sur les limites et inégalités : • Signe d'une suite de limite non nulle. • Passage à la limite dans une inégalité large. • Théorème d'encadrement, dit « des gendarmes », et extension aux limites infinies.	
Théorème de la limite monotone.	Toute suite réelle monotone admet une limite finie ou infinie.
Exemples d'étude de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$.	Un plan d'étude détaillé sera toujours proposé. Il pourra commencer par la détermination d'un intervalle stable. Aucun théorème général relatif à ce type de suites n'est exigible des étudiants. L'étude numérique (par itération) et graphique sont présentées comme outils d'étude et de formation de conjectures. L'objectif est alors l'étude de la monotonie et de la convergence de telles suites dans les cas simples de fonctions f monotones.

Outils 7 – Dénombrement

Le but de ce chapitre est de mettre en place un vocabulaire efficace pour décrire (ou modéliser) et analyser les problèmes combinatoires, ainsi que quelques résultats fondamentaux associés. Les résultats de ce chapitre seront justifiés intuitivement, sans recours à des démonstrations formelles. De façon générale, on évitera tout excès de technicité dans les dénombrements.

Tous les ensembles considérés dans ce chapitre sont finis.
Dans les définitions qui suivent, on suppose que $\text{card}(E) = n$.

Contenus	**Commentaires**
Cardinal, notation $\text{card}(E)$ ou $\#E$.	On définit le cardinal grâce à la notion intuitive de nombre d'éléments. En particulier, deux ensembles en bijection ont même cardinal.
Cardinal d'une union disjointe. Formule $\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B)$.	

Contenus (suite)	**Commentaires**
Cardinal d'un produit cartésien.	$\text{card}(E \times F)$ est aussi le nombre de façons de choisir de façon indépendante un élément de E et un élément de F.
Un élément de E^p est appelé un p-uplet ou une p-liste de E. Il y a n^p p-uplets de E.	$\text{card}(E^p)$ est le nombre de façons de choisir successivement p objets parmi n objets distincts, avec d'éventuelles répétitions.
Un p-uplet est dit sans répétition lorsque ses éléments sont distincts deux à deux. il y a $n(n-1)\cdots(n-p+1)$ p-uplets sans répétition de E.	Le nombre de p-uplets sans répétition est le nombre de façons de choisir successivement p objets parmi n objets distincts, sans répétition.
Un n-uplet de E contenant exactement une fois chaque élément de E est appelé une permutation de E. Il y a $n!$ permutations de E.	$n!$ est le nombre de façons de choisir successivement tous les objets d'un ensemble, sans répétition.
Si $p \leq n$, une p-combinaison de E est une partie de E à p éléments. Il y a $\binom{n}{p}$ p-combinaisons de E. Cardinal de l'ensemble des parties de E.	$\binom{n}{p}$ est le nombre de façons de choisir simultanément p objets parmi n objets distincts. On peut sur cette base réinterpréter la formule du binôme.